

哈三中 2023—2024 学年度上学期 高三学年第二次验收考试数学试卷

考试说明：

(1) 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分。考试时间为 120 分钟；

(2) 第 I 卷，第 II 卷试题答案均答在答题卡上，交卷时只交答题卡。

第 I 卷（选择题，共 60 分）

一、选择题（共 60 分）

(一) 单项选择题（共 8 小题，每小题 5 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{x}\}$, $B = \{y | y = 2^x\}$, 则 ()

- A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$ C. $A = B$ D. $B \subseteq \complement_{\mathbb{R}} A$

2. 已知 α 的终边上有一点 $P(1, 3)$, 则 $\cos(\pi + \alpha)$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

3. 已知 $2^a = 15$, $\log_8 3 = b$, 则 $2^{a-3b} =$ ()

- A. 25 B. 5 C. $\frac{25}{9}$ D. $\frac{5}{3}$

4. 已知命题 $p: \forall x > 0, x + \frac{4}{x} \geq a$, 命题 $q: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2ax + a + 2 = 0$, 若命题 p, q 都是真命题, 实数 a 的取值范围是 ()

- A. $2 \leq a \leq 4$ B. $-1 \leq a \leq 2$ C. $a \leq -1$ D. $a \leq -1$ 或 $2 \leq a \leq 4$

5. 已知函数 $y = e^x$ 和 $y = \ln x$ 的图象与直线 $y = 2 - x$ 交点的横坐标分别 a, b , 则 $a + b =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 小明在调查某班小学生每月的人均零花钱时, 得到了下列一组数据:

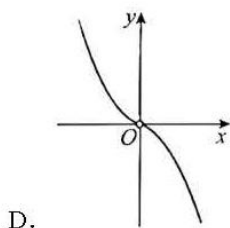
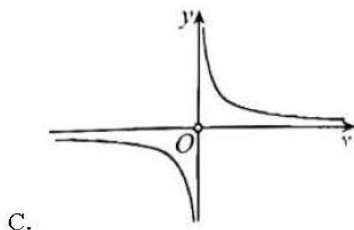
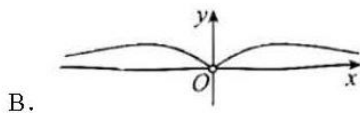
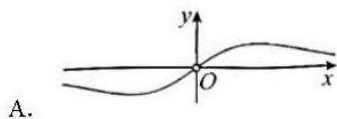
x / 月份	2	3	4	5	6	...
y / 元	1.40	2.56	5.31	11	21.30	...

请从模型 $y = x^2$, 模型 $y = \frac{1}{3} \cdot 2^x$ 中选择一个合适的函数模型, 并预测小学生零花钱首次超过 300 元的月份为

() (参考数据: $\lg 3 \approx 0.477, \lg 2 \approx 0.301$)

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

7. 函数 $f(x) = \frac{x^2}{2^x - 2^{-x}}$ 的图象大致为 ()



8. 角的度量除了我们学过的角度制, 弧度制, 还有密位制和新度制等度量方法. 密位制是度量角的一种方法, 把一周角等分为 6000 份, 每一份叫做 1 密位的角. 在角的密位制中单位可省去不写, 采用四个数码表示角的大小, 在百位数与十位数之间画一条短线, 如 478 密位写成“04-78”; 新度制亦称百分制, 它是以直角的 $1/100$ 作为角的度量单位的量角制. 在新度制中, 角的度量单位称为百分度, 1 百分度记为 1^{e} . 在下列各角中正弦值最大的是 ()

- A. 210° B. $\frac{25\pi}{6}$ C. $20-00$ D. 50^{e}

(二) 多项选择题 (共 4 小题, 每小题 5 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 已知函数 $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$ B. $f(x)$ 为奇函数
C. $f(x)$ 在定义域上是增函数 D. $f(x)$ 的值域为 $(0, +\infty)$

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x - 3a + 1, & x < 0, \\ \log_a(x+a), & x \geq 0, \end{cases}$ 则下列结论正确的是 ()

- A. 若 $a=3$, 则 $f(x)$ 是增函数
B. 若 $a=2$, 则函数 $y=f(x)+3$ 有两个零点
C. 若 $a=\frac{2}{3}$, 则 $f(x)$ 的值域为 $(-\infty, 1]$
D. 若 $f(x)$ 有最大值, 则实数 a 的取值范围是 $[\frac{1}{3}, 1)$

11. 已知函数 $f(x)$ 为偶函数, 在 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x)$ 单调递减, 且 $f(1) = 0$. 若 $a = f(2^{0.7})$, $b = f(0.5^{-0.9})$,

$c = f(\log_{0.7} 0.9)$, 则下列正确的有 ()

- A. $b^2 > a^2$ B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{c}$ C. $\frac{c}{b} > \frac{c}{a}$ D. $b > a + c$

12. 函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(1+x) = f(1-x)$, 且 $f(x+2)$ 为奇函数, 当 $x \in [-1, 0)$ 时, $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$, 则下列说法正确的是 ()

A. $f(x)$ 在 $[6, 7]$ 上单调递增

B. $\sum_{i=1}^{2023} f(i) = 0$

C. 若关于 x 的方程 $f(x) = m$ 在区间 $[-4, 5]$ 上的所有实数根之和为 $\frac{7}{2}$, 则 $m = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

D. 函数 $y = f(x) - |\ln x|$ 有 2 个零点

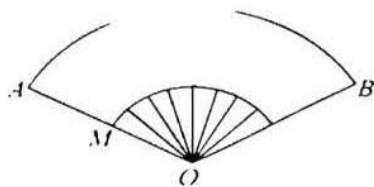
第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 将答案填在答题卡相应的位置上)

13. 已知幂函数 $y = (m^2 - m - 1)x^m$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则 $m =$ _____.

14. 函数 $y = e^{x-3}$ 与 $y = -x + 5$ 的图象交点为 (x_0, y_0) . 若 $x_0 \in (n, n+1)$, $n \in \mathbf{N}$, 则 $n =$ _____.

15. 明清时期, 浙江、苏州、四川等地盛产折扇, 题字作画亦兴于此. 这一精湛的技艺从明代开始传入欧洲, 风行世界. 如图是折扇的示意图, 其中 $OA = 24\text{cm}$, $\angle AOB = 135^\circ$. M 为 OA 的中点, 则扇面 (图中扇环) 部分的面积是 _____ cm^2 .



16. 若存在常数 $k(k > 0)$, 使得对函数 $f(x)$ 的定义域 D 内的任意 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$, 都有

$|f(x_1) - f(x_2)| \leq k|x_1 - x_2|$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 是在其定义域 D 上是 “ k -利普希兹函数”. 若函数

$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 6} (1 \leq x \leq 3)$ 是 “ k -利普希兹函数”, 则 k 的最小值为 _____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 已知 $\sin \alpha, \cos \alpha$ 是关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + x - 2m = 0$ 的两根.

(1) 求 m 的值;

(2) 若 $0 < \alpha < \pi$, 求 $\sin \alpha - \cos \alpha$ 的值.

18. 已知 $f(x) = 4^x + a \cdot 2^x + 3$, ($a \in \mathbf{R}$).

- (1) 当 $a = -2$, $x \in [-1, 1]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的值域;
 (2) 若对任意的 $x \in [1, +\infty)$, $f(x) > -1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

19. 已知 $\cos 2\alpha = \frac{4}{5}$, $\tan \beta = -\frac{1}{7}$, 其中 $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{6} < \beta < \pi$.

- (1) 求 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值;
 (2) 求 $\beta - 2\alpha$ 的值.

20. 苍苍黑土, 潏潏龙江. 北国骊珠, 普育名庠. 2023年10月6日, 哈三中将迎来建校百年庆典. 某公司为哈三中百年校庆设计了文创产品, 并批量生产进行售卖. 经市场调研发现, 若本季度在原材料上多投入 x 万元,

产品销售周可增加 p 千个, 其中 $p = \begin{cases} \frac{10x}{x+1}, & 1 \leq x < 9, \\ 18-x, & 9 \leq x \leq 15, \end{cases}$ 每千个的销售价格为 $\left(3 - \frac{8}{p}\right)$ 万元, 另外每生产 1 千

个吉祥物还需要投入其他成本 0.5 万元.

- (1) 写出该公司本季度增加的利润 y 与 x (单位: 万元) 之间的函数关系;
 (2) 当 x 为多少万元时, 该公司在本季度增加的利润最大? 最大为多少万元?
 21. 已知函数 $f(x) = \log_3(9^x + 1) + kx$ 为偶函数.

- (1) 求实数 k 的值;
 (2) 判断 $f(x)$ 的单调性, 并解不等式 $f(3x+1) \geq f(1-x)$;
 (3) 设 $g(x) = \log_3(a \cdot 9^x + a \cdot 9^{-x} + 3a)$ ($a \neq 0$), 若方程 $f(x) = g(x)$ 有解. 求实数 a 的取值范围.

22. 已知函数 $f(x) = 2 \ln x - (a+1)x^2 - 2ax + 1$, $a \in \mathbf{R}$.

- (1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
 (2) 若函数 $f(x)$ 有两个零点 x_1, x_2 , 求实数 a 的取值范围;
 (3) 在 (2) 的条件下, 证明: $x_1 + x_2 > \frac{2}{a+1}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线