文科数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.

3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分150分，考试用时120分钟.

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，集合 $B=\{x|x^2\leqslant 4\}$，则 $A\cap B$ 中元素的个数为

A. 3　　B. 4

C. 1　　D. 2

2. 复数 $z=5+12i$，则 $|z|=$

A. 13　　B. 17

C. 5　　D. 12

3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若满足 $a_4\cdot a_6=a_3\cdot a_5$，则数列 $\{a_n\}$ 的公比为

A. 1或−1　　B. 无法确定

C. 1　　D. −1

4. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x\leqslant 0\\ \ln x, & x>0\end{cases}$，则 $f(0)+f(1)=$

A. −1　　B. 2

C. 0　　D. 1

5. 1750年，欧拉在给哥德巴赫的一封信中列举了多面体的一些性质，其中一条是：如果用 V，E 和 F 表示闭的凸多面体的顶点数、棱数和面数，则有如下关系：$V-E+F=2$. 已知正十二面体有20个顶点，则正十二面体有多少条棱

A. 26　　B. 30

C. 14　　D. 20

6. 双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$，其中 $a=\sqrt{2}b$，则双曲线 C 的离心率为

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

C. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\sqrt{2}$

7. 若实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-3\geqslant 0, \\ x-y+2<0, \end{cases}$ 则 $z=\frac{1}{2}x+y$

A. 既有最大值又有最小值

B. 既无最大值又无最小值

C. 有最大值无最小值

D. 有最小值无最大值

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，O 为正六边形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ 的中心，$A_1(1,\ 0)$，任取不同的两点 A_i，A_j（i，$j\in\{1,2,3,4,5,6\}$），点 P 满足 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OA_i}+\overrightarrow{OA_j}=\vec{0}$，则点 P 落在第一象限或者第二象限的概率为

A. $\frac{4}{15}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{4}{13}$

9. 正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_n^2=2S_n-n$，则 $a_5=$

A. 7

B. 8

C. 5

D. 6

10. 图 1 为某几何体的三视图，则该几何体的表面积为

A. 14π

B. $(3\sqrt{10}+5)\pi$

C. 9π

D. $3\sqrt{10}\pi$

图 1

11. 在平面直角坐标系中，坐标原点为 O，$A(1,\ 0)$，$B(3,\ 0)$，$C(2,\ 2\sqrt{2})$，则 $\triangle ABC$ 的内切圆圆心到点 O 的距离为

A. $\frac{2\sqrt{11}}{3}$

B. $\frac{44}{9}$

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{9}{2}$

12. 已知正实数 a，b，c，则 $\frac{5a+5c}{b+3c}+\frac{11c-3b}{a+b}+\frac{4b-a}{a+2c}$ 的最小值为

A. $\frac{15}{2}$

B. $5\sqrt{2}$

C. $5+\sqrt{2}$

D. $8\sqrt{2}-6$

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 若 $x=2$ 是 $f(x)=ax^3-3x$ 的一个极值点，则 $a=$________.

14. 若 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 的最大值为________.

15. 已知平行四边形 $ABCD$，$|AB|=3$，$|BC|=5$，则分别以对角线 AC，BD 为直径的两个圆的面积和为________.

16. 已知椭圆 Γ：$\dfrac{x^2}{10}+y^2=1$，将 Γ 绕坐标原点顺时针旋转 $90°$ 得到椭圆 Γ'，则椭圆 Γ 与椭圆 Γ' 的公切线方程（切点在第一象限）为________.

三、解答题（共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分12分）

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $4+a^2+c^2=2(ab\cos C+ac\cos B+bc\cos A)$.

（1）求 b 的值；

（2）若满足 $a\cos A=b\cos B$，$c=3$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

18.（本小题满分12分）

某市模拟考试，共有15000名学生参加考试，随机抽取100名学生，将其成绩分为六段 $[70,75)$，$[75,80)$，$[80,85)$，$[85,90)$，$[90,95)$，$[95,100]$，得到如图2所示的频率分布直方图.

（1）求图中 a 的值并利用样本估计全市分数在 $[80,90)$ 之间的人数；

（2）利用样本估计该次考试的全市平均分.（每组数据用该组的区间中点值表示）

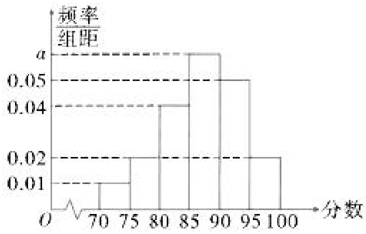

图2

19.（本小题满分12分）

如图3甲，已知直角梯形 $ABCD$，$AB\,/\!/\,CD$，$AB=2CD=2BC=4$，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{2}$，$E$ 为 AB 的中点，将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起，使点 A 到达点 F（如图乙），且 $\angle FEB=\dfrac{2\pi}{3}$.

（1）证明：$DE\perp$ 平面 FEB；

（2）求四棱锥 $F-BCDE$ 的体积.

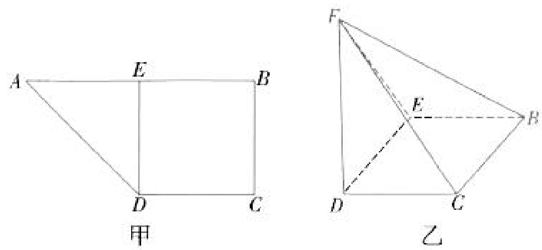

图3

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=ae^x+b$，若 $f(x)$ 在 $(0,\ f(0))$ 处的切线方程为 $y=x+1$.

（1）求 a，b；

（2）证明：任取 $x\in[0,\ +\infty)$，$f(x)>2\sin x$.

21.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$，焦点为 F，过 F 的所有弦中，最短弦长为 4.

（1）求 p 的值；

（2）在抛物线 C 上有两点 A，B，过 A，B 分别作 C 的切线，两条切线交于点 Q，连接 QF，AF，BF，求证：$|QF|^2=|AF|\cdot|BF|$.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】

在极坐标系中，已知点 $A\left(\sqrt{3},\ \frac{\pi}{2}\right)$，$B(1,\ \pi)$，$C(1,\ 0)$.

（1）求 A，B，C 三点的直角坐标；

（2）已知 M 是 $\triangle ABC$ 外接圆上的任意一点，求 $|MA|^2+|MB|^2+|MC|^2$ 的值.

23.（本小题满分 10 分）【选修 4-5：不等式选讲】

（1）已知 $y>2$，$2x+2y=xy+4$，求 x 的值；

（2）若 $2x+2y=xy$，求 $x^2+y^2-4x-4y+1$ 的最小值.

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	A	C	B	C	B	A	C	B	C	D

【解析】

1. $A=\{1,2,3,4,5\}$，$x^2\leqslant 4\Rightarrow -2\leqslant x\leqslant 2$，$B=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$，所以 $A\cap B=\{1,2\}$，$A\cap B$ 中含有两个元素，故选 D.

2. $z=5+12\mathrm{i}$，$|z|=\sqrt{5^2+12^2}=13$，故选 A.

3. 等比数列 $\{a_n\}$，且 $a_4\cdot a_6=a_3\cdot a_5$，$\dfrac{a_4}{a_3}\cdot\dfrac{a_6}{a_5}=q^2=1$，所以公比为 ±1，故选 A.

4. $f(0)+f(1)=\sin 0+\ln 1=0$，故选 C.

5. 由题可知 $E=V+F-2=20+12-2=30$，故选 B.

6. $a=\sqrt{2}b$，$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{3b^2}=\sqrt{3}b$，$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}b}{\sqrt{2}b}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，故选 C.

7. 由于 $x-y+2<0$ 取不到该直线上的点，所以目标函数既无最大值也无最小值，故选 B.

8. $A_1(1,0)$，$A_2\left(\dfrac12,\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，$A_3\left(-\dfrac12,\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，$A_4(-1,0)$，$A_5\left(-\dfrac12,-\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，$A_6\left(\dfrac12,-\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，所以 P 点坐标可为 $\left(-\dfrac32,-\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，$\left(-\dfrac12,-\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，3 次 $(0,0)$，$\left(-\dfrac12,\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，$\left(-\dfrac32,\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，$(0,-\sqrt3)$，$\left(\dfrac12,-\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，$(-1,0)$，$\left(\dfrac32,-\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，$(1,0)$，$\left(\dfrac32,\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，$\left(\dfrac12,\dfrac{\sqrt3}{2}\right)$，$(0,\sqrt3)$，共 15 种，其中满足条件的共 4 种，所以 $P=\dfrac{4}{15}$，故选 A.

9. 正项数列 $\{a_n\}$，$a_n^2=2S_n-n$，当 $n=1$ 时，$a_1^2=2S_1-1=2a_1-1$，$a_1^2-2a_1+1=(a_1-1)^2=0$，所以 $a_1=1$．当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n^2-a_{n-1}^2=2S_n-2S_{n-1}-1=2a_n-1$，$a_{n-1}^2=a_n^2-2a_n+1=(a_n-1)^2$，所以 $a_{n-1}=a_n-1$ 或者 $a_{n-1}=1-a_n$．当 $a_{n-1}=a_n-1$ 时，$\{a_n\}$ 是首项为 1，公差为 1 的等差数列，所以 $a_n=n$，$a_5=5$；当 $a_{n-1}=1-a_n$ 时，$a_2=0$ 与 $\{a_n\}$ 是正项数列矛盾，所以舍去，故选 C.

10. 由三视图可得，该几何体为圆台，可求其母线长为 $\sqrt{10}$，上下底面半径分别为 $r=1$ 和 $R=2$，由圆台表面积公式可得 $S=\pi(rl+Rl+r^2+R^2)=(3\sqrt{10}+5)\pi$，故选 B.

11．设内切圆圆心为O_1，$AC=BC=3$，$AB=2$，由等面积法可得内切圆半径$r=\dfrac{2S_{\triangle ABC}}{|AB|+|BC|+|CA|}$

$=\dfrac{4\sqrt{2}}{8}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$O_1\left(2,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$OO_1=\sqrt{4+\dfrac{1}{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，故选 C．

12．令$\begin{cases}b+3c=x,\\a+b=y,\\a+2c=z,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=\dfrac{-2x+2y+3z}{5},\\b=\dfrac{2x+3y-3z}{5},\\c=\dfrac{x-y+z}{5},\end{cases}$ $\dfrac{5a+5c}{b+3c}+\dfrac{11c-3b}{a+b}+\dfrac{4b-a}{a+2c}=\dfrac{-x+y+4z}{x}$

$+\dfrac{x-4y+4z}{y}+\dfrac{2x+2y-3z}{z}$，$\dfrac{-x+y+4z}{x}+\dfrac{x-4y+4z}{y}+\dfrac{2x+2y-3z}{z}=-8+\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}+\dfrac{4z}{x}+$

$\dfrac{2x}{z}+\dfrac{4z}{y}+\dfrac{2y}{z}\geqslant 8\sqrt{2}-6$，当且仅当$x=y=\sqrt{2}z$时取到最小值，故选 D．

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$\dfrac{1}{4}$	6	17π	$y=-x+\sqrt{11}$

【解析】

13．$f(x)=ax^3-3x$，$f'(x)=3ax^2-3$，$f'(2)=12a-3=0$，故$a=\dfrac{1}{4}$，经验证当$a=\dfrac{1}{4}$时，$x=2$是$f(x)$的一个极值点．

14．$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=6\cos\theta$，所以$(\vec{a}\cdot\vec{b})_{\max}=6$．

15．两个圆的面积和$S=\pi\left(\dfrac{|AC|}{2}\right)^2+\pi\left(\dfrac{|BD|}{2}\right)^2=\dfrac{\pi}{4}(|AC|^2+|BD|^2)$，由余弦定理可得$|AC|^2=|AB|^2+|BC|^2-2|AB||BC|\cos B=34-30\cos B$，$|BD|^2=|AB|^2+|AD|^2-2|AB||AD|\cos A=34-30\cos A=34+30\cos B$，故$S=17\pi$．

16．Γ：$\dfrac{x^2}{10}+y^2=1$，Γ'：$\dfrac{y^2}{10}+x^2=1$，设公切线方程l：$y=kx+m$，与Γ联立$\begin{cases}\dfrac{x^2}{10}+y^2=1,\\y=kx+m,\end{cases}$可得$(1+10k^2)x^2+20kmx+10m^2-10=0$，$\Delta=400k^2m^2-4(1+10k^2)(10m^2-10)=0$，得$10k^2+1=m^2$，与$\Gamma'$联立$\begin{cases}\dfrac{y^2}{10}+x^2=1,\\y=kx+m,\end{cases}$可得$(10+k^2)x^2+2kmx+m^2-10=0$，$\Delta=4k^2m^2-4(10+k^2)(m^2-10)=0$，得$k^2+10=m^2$，可得$k=\pm1$，$m=\pm\sqrt{11}$，由切点在第一象限可得公切线方程为$y=-x+\sqrt{11}$．

三、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 12 分）

解：（1）由余弦定理可得 $2ab\cos C+2ac\cos B+2bc\cos A$

$=a^2+b^2-c^2+a^2+c^2-b^2+b^2+c^2-a^2=a^2+b^2+c^2$，

所以可得 $b^2=4$．

由于 $b>0$，所以 $b=2$．……（6 分）

（2）已知 $a\cos A=b\cos B$，由正弦定理可得 $\sin A\cos A=\sin B\cos B$，

由正弦二倍角公式可得 $\sin 2A=\sin 2B$，

∵ $2A\in(0,\ 2\pi)$，$2B\in(0,\ 2\pi)$，$A+B\in(0,\ \pi)$，$2A+2B\in(0,\ 2\pi)$，

所以 $2A=2B$ 或者 $2A+2B=\pi$，

当 $2A=2B$ 时，$A=B$，$a=b=2$，$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\dfrac{1}{8}$，

$\sin C=\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$，$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$；

当 $2A+2B=\pi$ 时，$A+B=\dfrac{\pi}{2}$，$C=\dfrac{\pi}{2}$，$a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{5}$，

$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab=\sqrt{5}$．……（12 分）

18．（本小题满分 12 分）

解：（1）$a=\dfrac{1}{5}-(0.01+0.02+0.04+0.05+0.02)=0.06$，

全市分数在 $[80,\ 90)$ 之间的人数 $=15000\times(0.04+0.06)\times5=7500$ 人．

……（6 分）

（2）设全市平均分为 $\overline{x}$，

$\overline{x}=72.5\times0.01\times5+77.5\times0.02\times5+82.5\times0.04\times5+87.5\times0.06\times5+92.5\times0.05\times5+$
$97.5\times0.02\times5=87$．……（12 分）

19．（本小题满分 12 分）

（1）证明：由于 $BE=CD$，$AB/\!/CD$，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{2}$，所以 $DE\perp AB$，

所以 $DE\perp EB$，$DE\perp EF$，$EB\cap EF=E$，

所以 $DE\perp$ 平面 FEB．……（6 分）

（2）解：过 F 作 $FG\perp BE$ 交 BE 的延长线于点 G，

$FG\perp EB$，$FG\perp DE$，$EB\cap DE=E$　　，

所以 $FG\perp$ 平面 $BCDE$，$\angle FEG=\pi-\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{\pi}{3}$，$FE=2$，

$FG=2\square\sin\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$， $S_{BCDE}=4$，

所以 $V_{F-BCDE}=\frac{1}{3}Sh=\frac{4\sqrt{3}}{3}$． ……………………………………………（12 分）

20．（本小题满分 12 分）

（1）解：$f'(x)=a\mathrm{e}^x$， $f'(0)=a=1$， $f(0)=a+b=1$，

解得 $a=1$， $b=0$． ……………………………………………………（4 分）

（2）证明：当 $x\geqslant 1$ 时， $\mathrm{e}^x\geqslant \mathrm{e}>2\geqslant 2\sin x$， 故成立；

当 $0\leqslant x<1$ 时，令 $g(x)=\frac{2\sin x}{\mathrm{e}^x}$，

$$g'(x)=\frac{2(\cos x-\sin x)}{\mathrm{e}^x}=\frac{2\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{\mathrm{e}^x},$$

当 $x\in\left[0,\ \frac{\pi}{4}\right)$ 时， $g'(x)>0$， $g(x)$ 单调递增；

当 $x\in\left(\frac{\pi}{4},\ 1\right)$ 时， $g'(x)<0$， $g(x)$ 单调递减，

$$g(x)_{\max}=g\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{\mathrm{e}^{\frac{\pi}{4}}}<\frac{\sqrt{2}}{\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}}<\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1,$$

故任取 $x\in[0,\ +\infty)$， $f(x)>2\sin x$． ……………………………………………（12 分）

21．（本小题满分 12 分）

（1）解：当过 F 的直线斜率不存在时，此时弦长为 $2p$；

当过 F 的直线斜率存在时，设直线方程为 $y=k\left(x-\frac{p}{2}\right)$，

联立 $\begin{cases} y^2=2px, \\ y=k\left(x-\frac{p}{2}\right), \end{cases}$ 可得 $k^2x^2-p(k^2+2)x+\frac{p^2k^2}{4}=0$，

弦长 $=x_1+x_2+p=\frac{p(k^2+2)}{k^2}+p=2p+\frac{2p}{k^2}>2p$，

所以弦长最短 $=2p=4$， 所以 $p=2$．

………………………………………………………………（5 分）

（2）证明：设 $A\left(\frac{y_1^2}{4},\ y_1\right)$， $B\left(\frac{y_2^2}{4},\ y_2\right)$，

设过 A 点且与抛物线相切的直线 l_{AQ}： $y=k'\left(x-\frac{y_1^2}{4}\right)+y_1$，

联立$\begin{cases} y^2 = 4x, \\ y = k'\left(x - \dfrac{y_1^2}{4}\right) + y_1, \end{cases}$ 可得$\dfrac{k'}{4}y^2 - y - \dfrac{k'y_1^2}{4} + y_1 = 0$，

$\Delta = 1 - k'\left(y_1 - \dfrac{k'y_1^2}{4}\right) = 0$，解得$k'y_1 = 2$，

可得l_{AQ}：$y_1 y = 2x + \dfrac{y_1^2}{2}$，同理可得$l_{BQ}$：$y_2 y = 2x + \dfrac{y_2^2}{2}$，

联立得$Q\left(\dfrac{y_1 y_2}{4}, \dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$，

$|AF|\cdot|BF| = \left(\dfrac{y_1^2}{4} + 1\right)\left(\dfrac{y_2^2}{4} + 1\right)$，

$|QF|^2 = \left(\dfrac{y_1 y_2}{4} - 1\right)^2 + \dfrac{(y_1 + y_2)^2}{4} = \dfrac{y_1^2 y_2^2}{16} + \dfrac{y_1^2}{4} + \dfrac{y_2^2}{4} + 1 = \left(\dfrac{y_1^2}{4} + 1\right)\left(\dfrac{y_2^2}{4} + 1\right)$，

所以$|QF|^2 = |AF|\cdot|BF|$．

…………………………………………………………………………（12 分）

22．（本小题满分 10 分）【选修 4−4：坐标系与参数方程】

解：（1）由$x = \rho\cos\theta$，$y = \rho\sin\theta$，

$A\left(\sqrt{3}, \dfrac{\pi}{2}\right)$，$x_A = \sqrt{3}\cos\dfrac{\pi}{2} = 0$，$y_A = \sqrt{3}\sin\dfrac{\pi}{2} = \sqrt{3}$，$A(0, \sqrt{3})$，

$B(1, \pi)$，$x_B = 1\cdot\cos\pi = -1$，$y_B = 1\cdot\sin\pi = 0$，$B(-1, 0)$，

$C(1, 0)$，$x_C = 1\cdot\cos 0 = 1$，$y_C = 1\cdot\sin 0 = 0$，$C(1, 0)$． ……………………（5 分）

（2）$\triangle ABC$是边长为 2 的等边三角形，故外接圆圆心坐标为$O_1\left(0, \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$，

外接圆半径为$r = \dfrac{2}{2\sin\dfrac{\pi}{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以外接圆的参数方程为$\begin{cases} x = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\cos\alpha, \\ y = \dfrac{\sqrt{3}}{3} + \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\sin\alpha, \end{cases}$ （α为参数），

所以$|MA|^2 = \dfrac{4\cos^2\alpha}{3} + \dfrac{4\sin^2\alpha}{3} - \dfrac{8\sin\alpha}{3} + \dfrac{4}{3}$，

$|MB|^2 = \dfrac{4\cos^2\alpha}{3} + \dfrac{4\sqrt{3}\cos\alpha}{3} + 1 + \dfrac{4\sin^2\alpha}{3} + \dfrac{4\sin\alpha}{3} + \dfrac{1}{3}$，

$|MC|^2 = \dfrac{4\cos^2\alpha}{3} - \dfrac{4\sqrt{3}\cos\alpha}{3} + 1 + \dfrac{4\sin^2\alpha}{3} + \dfrac{4\sin\alpha}{3} + \dfrac{1}{3}$，

所以$|MA|^2+|MB|^2+|MC|^2=8$. ……………………………………………………（10分）

23. （本小题满分10分）【选修4−5：不等式选讲】

解：（1）已知$2x+2y=xy+4$，可得$(x-2)(y-2)=0$.

由于$y>2$，所以可得$x=2$. ……………………………………………………（5分）

（2）由题可得$(x-2)(y-2)=4$，

$x^2+y^2-4x-4y+1=(x-2)^2+(y-2)^2-7\geqslant 2(x-2)(y-2)-7=1$，

当且仅当$x-2=y-2=\pm2$时取等号，

故$x^2+y^2-4x-4y+1$的最小值为1.

……………………………………………