

5. 若双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 2, C 的一条渐近线被圆 $x^2 + y^2 - 4y = 0$ 所截得的弦长为

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 4 D. $2\sqrt{3}$

6. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+y-1 \leq 0, \\ x-y+1 \geq 0, \\ y \geq -1, \end{cases}$ 则 $z = \frac{y-3}{x-3} + \frac{x-3}{2y-6}$ 的最大值为

- A. 2 B. $\frac{33}{8}$ C. $\frac{17}{12}$ D. $\sqrt{2}$

7. 镜面反射法是测量建筑物高度的重要方法, 在如图 3 所示模型中. 已知人眼距离地面高度 $h = 1.5\text{m}$, 某建筑物高 $h_1 = 4.5\text{m}$, 将镜子 (平面镜) 置于平地上, 人后退至从镜中能够看到建筑物的位置, 测量人与镜子的距离 $a_1 = 1.2\text{m}$, 将镜子后移 a 米, 重复前面中的操作, 则测量人与镜子的距离 $a_2 = 3.2\text{m}$, 则镜子后移距离 a 为 () m.

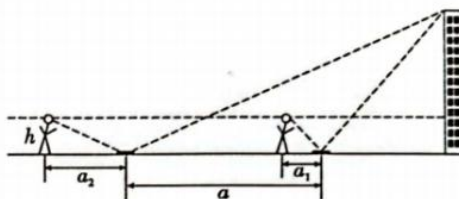


图 3

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

8. 如图 4, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $|\vec{AC}| = 4, \vec{BA} \cdot \vec{BC} = 12$, E 为 AC 的中点, $\vec{BE} = \lambda \vec{ED}, \vec{DA} \cdot \vec{DC} = -\frac{20}{9}$, 则 λ 的值为

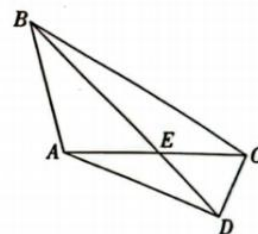


图 4

- A. 2 B. 3
C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

9. 将 6 个 A 和 2 个 B 随机排成一行, 2 个 B 不相邻的概率为

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

10. 已知函数 $f(x) = xe^x + 2a, g(x) = \frac{e \ln x}{x}$, 对任意 $x_1 \in [1, 2], \exists x_2 \in [1, 3]$, 都有不等式 $f(x_1) \geq g(x_2)$ 成立, 则 a 的取值范围是

- A. $[-e^2, +\infty)$ B. $[\frac{1-e}{2}, +\infty)$
C. $[-\frac{e}{2}, +\infty)$ D. $[\frac{1}{2} - e^2, +\infty)$

11. 如图 5, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = \frac{2\pi}{3}, AC = BC = 2, BB_1 = 7$, 点 P 在棱 BB_1 上, 且 P 靠近 B 点, 当 $PA \perp PC_1$ 时, 三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为

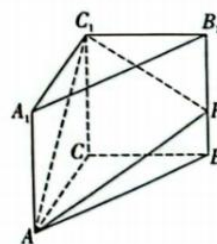


图 5

- A. 3π B. 4π
C. 10π D. 17π

12. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_3 = 273, na_n - (n-1)a_{n+1} = 94 (n \in \mathbf{N}^*)$, 当数列 $\{a_n a_{n+1} a_{n+2}\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 的前 n 项和取得最大值时, n 的值为

- A. 30 B. 31
C. 32 D. 33

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 θ 是以 O 为顶点, Ox 轴为始边, 若角 θ 的终边过点 $(3, -4)$,

求 $\frac{1+\sin 2\theta}{\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. $(3-ax)^n$ 的展开式的各项二项式系数之和为 32, 各项系数和为 1, 则展开式中 x^3 的系数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点为 F , 过点 F 作斜率为 $k(k>0)$ 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, O 为坐标原点, $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$, 则 $\triangle AOB$ 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知 $g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 且 $g(x)=e^x-e^{-x}+2\sin x$, 若对任意 $x>0$, 不等式 $g(e^x-a)+g(-\ln(ex+a))\geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

某单位为了解职工对垃圾回收知识的重视情况, 对本单位的 200 名职工进行考核, 然后通过随机抽样抽取其中的 50 名, 统计其考核成绩 (单位: 分), 制成如图 6 所示的频率分布直方图.

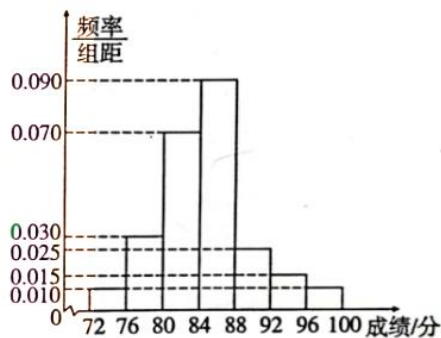


图 6

(1) 求这 50 名职工考核成绩的平均数 \bar{x} (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表) 及中位数 t (精确到 0.01);

(2) 若该单位职工的考核成绩 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 “ μ 近似为 50 名职工考核成绩的平均数 \bar{x} , σ^2 近似为样本方差 s^2 , 经计算得 $s^2=27.68$, 利用该正态分布, 估计该单位 200 名职工考核成绩高于 90.06 分的有多少名? (结果四舍五入保留整数.)

附参考数据与公式: $\sqrt{27.68} \approx 5.26$, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu-\sigma < X \leq \mu+\sigma) = 0.6826$, $P(\mu-2\sigma < X \leq \mu+2\sigma) = 0.9544$, $P(\mu-3\sigma < X \leq \mu+3\sigma) = 0.9974$.

18. (本小题满分 12 分)

已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 且 $\frac{\sin A}{\sin B} + \frac{\sin B}{\sin A} = \frac{c^2}{ab} + 1$.

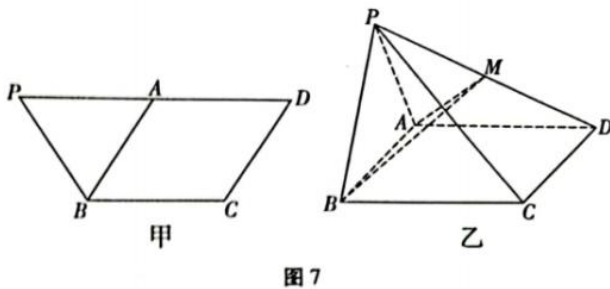
- (1) 求角 C 的大小;
- (2) 若 $a+b=2$, 求 c 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

如图 7 甲, 在四边形 $PBCD$ 中, $PD \parallel BC$, $PB=BC=CD=AD=PA=2$, 将 $\triangle ABP$ 沿 AB 折起得图乙, 点 M 是 PD 上的点.

(1) 若 M 为 PD 的中点, 证明: $PC \perp$ 平面 ABM ;

(2) 若 $PC=\sqrt{6}$, 试确定 M 的位置, 使二面角 $M-AB-C$ 的正弦值等于 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



20. (本小题满分 12 分)

抛物线 $C_1: y^2=2px(p>0)$ 的焦点到准线的距离等于椭圆 $C_2: x^2+16y^2=1$ 的短轴长.

(1) 求抛物线 C_1 的方程;

(2) 设 $D(1, t)$ 是抛物线 C_1 上位于第一象限的一点, 过 D 作圆 $E: (x-2)^2+y^2=r^2$ (其中 $0<r<1$) 的两条切线, 分别交抛物线 C_1 于点 M, N , 证明: 直线 MN 经过定点.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=xe^x-x^2$, $g(x)=tx \ln x - e^x + 1 (t \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $t=1$ 时, 求证: $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减;

(2) 当 $x \geq 1$ 时, $f(x)+g(x) \geq 0$, 求 t 的取值范围.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致, 在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=2-t, \\ y=\sqrt{3}t, \end{cases}$ (t 为参数), 曲线 $C: \frac{x^2}{2}+y^2=1$. 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求直线 l 的极坐标方程和曲线 C 的参数方程;

(2) 求曲线 C 上一点 N 到直线 l 距离的最小值, 并求出此时 N 点的坐标.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x)=|2x-3|$, $g(x)=3-|x-2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq g(x)$ 的解集 N ;

(2) 设 N 的最小数为 n , 正数 a, b 满足 $a+b=3n$, 求 $\frac{b^2+5}{a} + \frac{a^2}{b}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

