

江西省吉安市重点中学六校协作体 2023 届五月联合考试

高三文科数学

全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并收回。
4. 本卷主要考查内容:高考范围。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $N = \{x | x \geq 2\}$, 则 $M \cap N =$

- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4, 5\}$

2. 复数 $z = 1 - i$, 则 $|\bar{z} + 1| =$

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. 3

3. 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 中点, M 为 AD 中点, $\overrightarrow{BM} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$, 则 $m + n =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

4. 直径为 4 的半球形容器, 装满水后将水全部倒入底面直径和高均为 4 的圆柱容器, 则圆柱容器中水面的高度为

- A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2

5. 在区间 $(1, 4)$ 与 $(-3, 0)$ 内各随机抽取 1 个整数, 分别作为点 P 的横坐标与纵坐标, 则点 P 落在圆 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$ 内部的概率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{3}{4}$

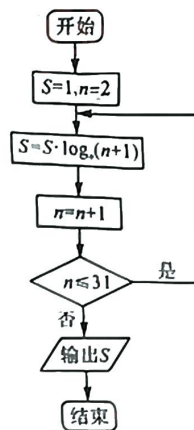
6. 《庄子·天下》中有:“一尺之棰, 日取其半, 万世不竭”, 其大意为: 一根一尺长的木棰每天截取一半, 永远都取不完, 设第一天这根木棰截取一半后剩下 a_1 尺, 第二天截取剩下的一半后剩下 a_2 尺, \dots , 第五天截取剩下的一半后剩下 a_5 尺, 则下列说法错误的是

- A. $a_3 = \frac{1}{8}$ B. $\frac{a_5}{a_2} = \frac{1}{4}$
C. $a_3 - a_4 = \frac{1}{16}$ D. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{31}{32}$

【高三文科数学 第 1 页(共 4 页)】

7. 执行如图所示的算法框图, 则输出 S 的值为

- A. 3
B. 4
C. 5
D. 6



8. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 且满足 $f(\frac{2\pi}{3} - x) = f(x - \frac{\pi}{6})$, 则 ω 的最小值为

- A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{2}{3}$
C. 1
D. 2

9. 已知定义在 \mathbb{R} 上的奇函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 且对任意的 $t \in (\frac{1}{2}, 3]$ 都有 $f(t^3 - 2t^2 - t^2 - 2t) + f(1 - mt^2) < 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为

- A. $(2, +\infty)$ B. $(\frac{13}{9}, +\infty)$ C. $(\frac{16}{9}, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$

10. 正四棱锥 $P-ABCD$ 内有一球与各面都相切, 球的直径与边 AB 的比为 $4:5$, 则 PA 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{20\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{10\sqrt{2}}{9}$

11. 过点 $S(-1, 0)$ 的直线 l 与 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 相切, 切点 Q 的纵坐标为 p , 过点 S 的直线 m 交抛物线于 A, B 两点, 则直线 AQ 与 BQ 的斜率之和为

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

12. 已知 $a = 0.1, b = \ln 1.1, c = \frac{2}{21}$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$
C. $a > c > b$ D. $c > b > a$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 一个样本 $m, 2, 4, 5$ 的众数是 5, 则这个样本的方差是 $\frac{2}{5}$.

14. 已知 $a > 0, b > 0, a \geq \frac{1}{a} + \frac{2}{b}, b \geq \frac{1}{b} + \frac{2}{a}$, 则 $a+b$ 的最小值为 $\frac{7}{2}$.

15. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2, O 为坐标原点, 右支上有一点 M , 满足 $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{OF_2}$, 且 $\triangle F_1MF_2$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}(a^2 + b^2)$, 则双曲线 C 的离心率为

为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 满足 $a^2 + ab = b^2(3\cos^2 B - \sin^2 B), c = 2b\cos B, a = 1$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

【高三文科数学 第 2 页(共 4 页)】

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分

17. (本小题满分 12 分)

国家大熊猫“丫丫”的回国路，牵动着十四亿中国人的心，由此掀起了热爱、保护动物的热潮。某动物保护机构为了调查研究人们“保护动物意识的强弱与性别是否有关”，从某市市民中随机抽取 200 名进行调查，得到部分统计数据如下表：

	保护动物意识强	保护动物意识弱	合计
男性	$a=70$	$b=30$	100
女性	$c=40$	$d=60$	100
合计	110	90	200

- (1) 根据上表，分别估计男性和女性中保护动物意识强的概率；
 (2) 根据以上数据，判断能否有 99% 的把握认为保护动物意识的强弱与性别有关？并说明理由

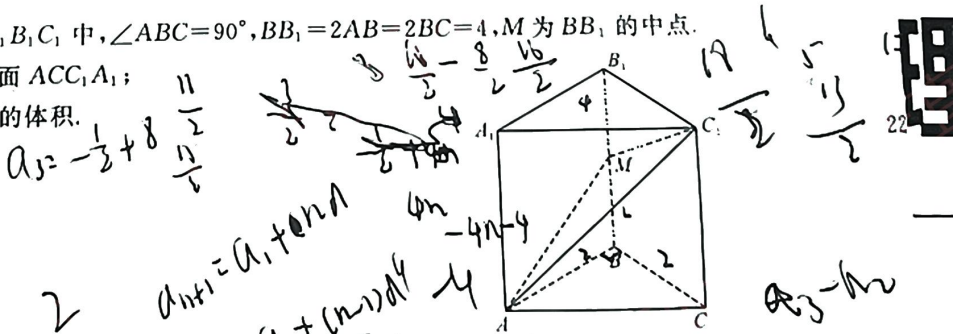
附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n=a+b+c+d$ 。

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

18. (本小题满分 12 分)

如图在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $BB_1=2AB=2BC=4$ ， M 为 BB_1 的中点。

- (1) 证明：平面 $AMC_1 \perp$ 平面 ACC_1A_1 ；
 (2) 求四棱锥 $A-CC_1MB$ 的体积。



19. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = -\frac{1}{2}$ ， $a_2 = \frac{3}{2}$ ，数列 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 是以 4 为公差的等差数列。

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
 (2) 记数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n ，求 S_{2023} 的值。

【高三文科数学 第 3 页(共 4 页)】

(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x - (a+1)\ln x - \frac{a}{x}$

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 设 $m \in \mathbb{Z}$, 当 $a = 0$ 时, $m + f(x) - (x-2)e^x > 0$, 对任意 $x \in (0, 1]$ 恒成立, 求 m 的最小值.

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{1}{4}$$

$$a^2 = b^2 = 1 \quad \frac{1}{a^2} + \frac{\sqrt{3}}{b^2} = 1$$

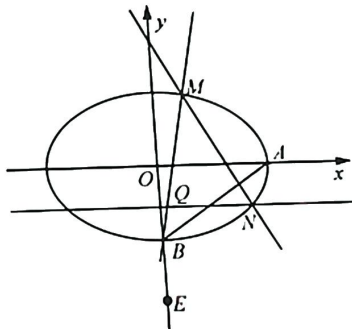
$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2}$$

(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 其右顶点为 A , 下顶点为 B , 且 $|AB| = \sqrt{5}$

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 直线 l (斜率存在) 与椭圆 C 交于 M, N 两点, M 点在直线 AB 上方, N 点在直线 AB 下方, MB 上有点 Q , $QN \parallel x$ 轴, 线段 QN 被 AB 平分, 点 $E(0, -2)$ 到直线 l 的距离为 d , 求 d 的最大值.



(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分

(本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极

点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) + 2m = 0$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 无公共点, 求 m 的取值范围

(本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = |x+3| - |x-1|$.

(1) 解不等式: $f(x) \leq 1$;

(2) 若 $f(x)$ 的最大值为 n , 正数 a, b 满足 $a + 2b - nab = 0$, 求 $a + 2b$ 的最小值.

题 答 要 不 内 封 密

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

