枣庄三中高三年级10月月考

数学试题

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。满分150分，考试用时120分钟。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目填涂在答题卡和答题纸规定的地方。

第Ⅰ卷（选择题 共60分）

注意事项：第Ⅰ卷共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，1到8题只有一项是符合题目要求，9到12题为多项选择题。每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。

一．选择题（共8小题，满分40分，每小题5分）

1. 已知集合$U=\mathbf{R}$，$A=\left\{y\middle|y=\sqrt{x},x\geq 1\right\}$，$B=\left\{x\middle|y=\ln(2-x)\right\}$，则$A\cap\complement_U B=$

A. $[2,+\infty)$　　B. $[1,+\infty)$　　C. $[1,2)$　　D. $[1,2]$

2. 设$x\in R$，则“$1<x<2$”是“$x^2-2x-3<0$”的

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件　　C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

3. 已知$\sqrt{3}\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$，则$\cos(\frac{2\pi}{3}-2\alpha)=($　　$)$

A. $-\frac{17}{18}$　　B. $\frac{17}{18}$　　C. $-\frac{8}{9}$　　D. $\frac{8}{9}$

4. 若函数$f(x)=x^2-\frac{1}{2}\ln x+1$在其定义域内的一个子区间$(k-1,k+1)$内不是单调函数，则实数$k$的取值范围

A. $[1,+\infty)$　　B. $[1,\frac{3}{2})$　　C. $(-\frac{1}{2},\frac{3}{2})$　　D. $(1,\frac{3}{2})$

5. 已知数列$\{a_n\}$是首项为$-\frac{\pi}{3}$，公差为$\frac{2\pi}{3}$的等差数列，集合$S=\{\cos a_n\,|\,n\in N^*\}$，则集合$S$中所有元素的乘积为(　　)

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. 0　　D. $\frac{1}{2}$

6. 取一条长度为1的线段，将它三等分，去掉中间一段，留剩下的两段分割三等分，各去掉中间一段，留剩下的更短的四段；……；将这样的操作一直继续下去，直至无穷，由于在不断分割舍弃过程中，所形成的线段数目越来越多，长度越来越小，在极限的情况下，得到一个离散的点集，称为康托尔三分集．若在第n次操作中去掉的线段长度之和不小于$\frac{1}{60}$，则n的最大值为

(参考数据：$\lg 2\approx 0.3010$，$\lg 3\approx 0.4771$)

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

7. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(2x+1)$ 为奇函数，$f(x+2)$ 为偶函数，当 $x\in[1,2]$ 时，

$f(x)=a\cdot 2^x+b$．若 $f(0)+f(3)=6$，则 $f\left(\log_2 96\right)$ 的值是

A. -12　　B. -2　　C. 2　　D. 12

8. 已知函数 $f(x)=3\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x(\omega>0)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}]$ 上恰有一个最大值点和一个最小值点，则实数 ω 的取值范围(　)

A. $[\frac{8}{3},7)$　　B. $[\frac{8}{3},4)$　　C. $[4,\frac{20}{3})$　　D. $(\frac{20}{3},7)$

二．多选题（共 4 小题，满分 20 分，每小题 5 分）

9. 若 $\alpha,\beta\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，且 $\alpha\sin\alpha>\beta\sin\beta$，则下列结论中不一定成立的是(　　)

A. $\alpha>\beta$　　B. $\alpha+\beta>0$　　C. $\alpha<\beta$　　D. $|\alpha|>|\beta|$

10.如图所示，某摩天轮最高点离地面高度 55 米，转盘直径为 50 米，设置若干个座舱，游客从离地面最近的位置进舱，开启后按逆时针方向匀速旋转 t 分钟，当 $t=10$ 时，游客随舱旋转至距离地面最远处．以下关于摩天轮的说法中，正确的为（　　）

A．摩天轮离地面最近的距离为 5 米

B．若旋转 t 分钟后，游客距离地面的高度为 h 米，则 $h=-25\cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)+30$

C．存在 t_1，$t_2\in[0,15]$，使得游客在该时刻距离地面的高度均为 20 米

D．若在 t_1，t_2 时刻游客距离地面的高度相等，则 t_1+t_2 的最小值为 20

11.设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，其前 n 项和为 S_n，前 n 项积为 T_n，且满足条件 $a_1>1$，$a_{2020}a_{2021}>1$，$(a_{2020}-1)(a_{2021}-1)<0$，则下列选项错误的是（　　）

A．$q>1$

B．$S_{2020}+1>S_{2021}$

C．T_{2020} 是数列 $\{T_n\}$ 中的最大项

D．$T_{4041}>1$

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(x+1)e^x, x<0\\ \dfrac{(x+1)^2}{e^x}, x\geq 0\end{cases}$，下列选项正确的是（　　）

A．函数 $f(x)$ 在 $(-2,1)$ 上单调递增

B．函数 $f(x)$ 的值域为 $[-\frac{1}{e^2},+\infty)$

C．若关于 x 的方程 $\left[f(x)\right]^2-a\left|f(x)\right|=0$ 有 3 个不相等的实数根，则实数 a 的取值范围是 $(\frac{1}{e^2},\frac{4}{e})$

D．不等式 $f(x)-ax-a>0$ 在 $(-1,+\infty)$ 恰有两个整数解，则实数 a 的取值范围是 $(\frac{3}{e^2},\frac{2}{e})$

三．填空题（共 4 小题，满分 20 分，每小题 5 分）

13．已知数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 都是等差数列，S_n，T_n 分别是它们的前 n 项和，并且 $\frac{S_n}{T_n}=\frac{7n+3}{3n+8}$，则 $\frac{a_7}{b_7}=$____.

14．已知函数 $f(x)=|x^2-4x+3|$，若关于 x 的方程 $f(x)-a=x$ 至少有三个不相等的实数根，则实数 a 的取值范围为__________.

15．已知实数 a，b 满足 $ab>0$，则 $\frac{a}{a+b}-\frac{a}{a+2b}$ 的最大值为__________.

16．已知曲线 $y=e^{x+a}$ 与 $y=(x-1)^2$ 恰好存在两条公切线，则实数 a 的取值范围为__________.

四．解答题（共 6 小题，满分 70 分）

17.（本题满分 10 分）

已知向量 $\vec{a}=(\sin\frac{\omega x}{2},\ -\sin\frac{\omega x}{2})$，$\vec{b}=(\cos\frac{\omega x}{2},\ \sin\frac{\omega x}{2})(\omega>0)$，函数 $f(x)=2\vec{a}\cdot\vec{b}$.

（1）当 $\omega=2$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（2）若 x_1，x_2 是函数 $f(x)$ 的任意两个相异零点，且 $|x_1-x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{2}$，求函数 $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上的值域.

18.（本题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$，首项 $a_1=2$，设该数列的前 n 项的和为 S_n，且 $a_{n+1}=S_n+2(n\in N^*)$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\frac{1}{n}\log_2(a_1a_2\cdots a_n)(n\in N^*)$，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（3）在第（2）小题的条件下，令 $c_n=\frac{1}{b_nb_{n+1}}$，T_n 是数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和，若对 $n\in N^*$，$k>T_n$ 恒成立，求 k 的取值范围.

19. (本题满分 12 分)

在ΔABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且满足$(a^2+c^2-b^2)\sin B=\sqrt{3}ac\cos B$.

（1）求B；

（2）若ΔABC为锐角三角形，且$b=1$，求$2a-c$的取值范围.

20. （本题满分 12 分）

已知函数$f(x)=2\sin x-x\cos x-x$，$f'(x)$为$f(x)$的导数.

（1）求曲线$y=f(x)$在点$A(0，f(0))$处的切线方程；

（2）$g(x)=x^2-2x+a(a\in R)$，若对任意$x_1\in[0，\pi]$，均存在$x_2\in[1，2]$，使得$f(x_1)>g(x_2)$，求实数a的取值范围.

21. (本题满分 12 分)

已知等差数列$\{a_n\}$的公差不为零，其前n项和为S_n，且a_2是a_1和a_5的等比中项，且$a_{2n}=2a_n+1(n\in N^*)$

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若数列$\{b_n\}$满足$a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n=(2n-3)\cdot 2^{n+1}+6$，求和：$T_n=a_1b_n+a_2b_{n-1}+\cdots+a_{n-1}b_2+a_nb_1$

22. (本题满分 12 分)

已知函数$f\left(x\right)=ax-\dfrac{a}{x}-2\ln x\left(a\in\mathbf{R}\right)$.

(1)若$f\left(x\right)$是定义域上的增函数，求a的取值范围；

(2)设$a>\dfrac{3}{5}$，m，n分别为$f\left(x\right)$的极大值和极小值，若$S=m-n$，求S的取值范围.

高三年级 10 月月考数学试题参考答案

一、单选题： 1-4. A A C B. 5-8. B C B B

二、多选题： 9. ABC 10.ABD 11. AD 12. ACD

三、填空题： 13. 2 14. $[-1,-\frac{3}{4}]$ 15. $3-2\sqrt{2}$. 16. $(-\infty,2\ln 2-3)$.

四、解答题：

17.解：（1）$\omega=2$ 时，$\vec{a}=(\sin x,-\sin x)$，$\vec{b}=(\cos x,\sin x)$，

故 $f(x)=2\vec{a}\cdot\vec{b}=2\sin x\cos x-2\sin^2 x=\sin 2x+\cos 2x-1=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})-1$ ………………………… 2 分

要求该函数的单调递增区间，只需 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，

解得 $-\frac{3\pi}{8}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{8}+k\pi$，$k\in Z$

即 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[-\frac{3\pi}{8}+k\pi$，$\frac{\pi}{8}+k\pi]$，$k\in Z$． ………………………………………………… 5 分

（2）易知 $f(x)=2\sin\frac{\omega x}{2}\cos\frac{\omega x}{2}-2sin^2\frac{\omega x}{2}=\sin\omega x+\cos\omega x-1=\sqrt{2}\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})-1$，

令 $f(x)=0$ 得 $\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$，因为 x_1，x_2 是函数 $f(x)$ 的任意两个相异零点，且 $|x_1-x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{2}$，

因为 $\omega>0$，故 $\omega|x_1-x_2|_{min}=\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$，故 $\omega=1$， ………………………………………………… 7 分

所以 $f(x)=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})-1$，当 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 时，$\frac{\pi}{4}<x+\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{4}$，

此时 $\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}<\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})\leqslant\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{2}$，故 $f(x)\in(0,\sqrt{2}-1]$． ………………………………………… 10 分

18. 解：（1）由 $a_{n+1}=S_n+2$，得 $a_n=S_{n-1}+2(n\geqslant 2)$，两式相减并整理得 $a_{n+1}=2a_n$，

又当 $n=1$ 时，有 $a_2=a_1+2$，且 $a_1=2$，解得 $a_2=4$，满足 $a_2=2a_1$，

所以 $\{a_n\}$ 是以 2 为首项，以 2 为公比的等比数列，

所以 $a_n=2\times 2^{n-1}=2^n$； ………………………3 分

（2）由（1）可知 $a_1a_2\ldots a_n=2\times 2^2\times\ldots\times 2^n=2^{\frac{n(n+1)}{2}}$，所以 $b_n=\frac{1}{n}\log_2 2^{\frac{n(n+1)}{2}}=\frac{1}{n}\cdot\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n+1}{2}$，

所以 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=\frac{n+1}{2}$； ……………………6 分

（3）由（2）可知 $c_n=\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{4}{(n+1)(n+2)}=4(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2})$， ……………………8 分

所以 $T_n=4(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2})=4(\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2})=2-\frac{4}{n+2}$， ……………………10 分

由于 $n\in N$，$\{T_n\}$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，且 $T_1=\frac{2}{3}$，所以 $\frac{2}{3}\leqslant T_n<2$，

所以$k\geqslant 2$，故k的取值范围是$[2，+\infty)$． ……………………12 分

19．解：解：（1）由$(a^2+c^2-b^2)\sin B=\sqrt{3}ac\cos B$，

由余弦定理可得$\cos B\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B$， $\therefore \cos B=0$或$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$， ……………………2 分

$\because 0<B<\pi$， $\therefore B=\frac{\pi}{2}$或$B=\frac{\pi}{3}$或$B=\frac{2\pi}{3}$． ……………………4 分

（2）$\because \Delta ABC$为锐角三角形，由（1）可得$B=\frac{\pi}{3}$；

根据正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$，得：$a=\frac{2}{\sqrt{3}}\sin A$，$c=\frac{2}{\sqrt{3}}\sin C$，…………… 6 分

$\because 2a-c=\frac{2}{\sqrt{3}}(2\sin A-\sin C)=\frac{2}{\sqrt{3}}[2\sin A-\sin(\frac{2\pi}{3}-A)]$

$=\frac{2}{\sqrt{3}}(\frac{3}{2}\sin A-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A)=2\sin(A-\frac{\pi}{6})$． ……………… 8 分

又$\because \Delta ABC$为锐角三角形，$\therefore \frac{\pi}{6}<A<\frac{\pi}{2}$， …………………… 10 分

$\because 0<A-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{3}$ $\therefore 2a-c\in(0,\sqrt{3})$． …………………… 12 分

20．解：（1） $f'(x)=\cos x+x\sin x-1$，所以$f'(0)=0$， $f(0)=0$，

从而曲线$y=f(x)$在点$A(0，f(0))$处的切线方程为$y=0$． ……………………2 分

（2）由已知，转化为$f(x)_{min}>g(x)_{min}$，且$g(x)_{min}=g$（1）$=a-1$． ……………………4 分

设$h(x)=f'(x)$，则$h(x)=\cos x+x\sin x-1$，$h'(x)=x\cos x$．

当$x\in(0,\frac{\pi}{2})$时，$h'(x)>0$；当$x\in(\frac{\pi}{2},\pi)$时，$h'(x)<0$，

所以$h(x)$在$(0,\frac{\pi}{2})$单调递增，在$(\frac{\pi}{2},\pi)$单调递减． ……………………6 分

又$h(0)=0$，$h(\frac{\pi}{2})>0$，$h(\pi)=-2$，

故$h(x)$在$(0,\pi)$存在唯一零点．所以$f'(x)$在$(0,\pi)$存在唯一零点． ……………………8 分

设为x_0，且当$x\in(0,x_0)$时，$f'(x)>0$；当$x\in(x_0，\pi)$时，$f'(x)<0$，

所以$f(x)$在$(0,x_0)$单调递增，在$(x_0，\pi)$单调递减．

又$f(0)=0$，$f(\pi)=0$，所以当$x\in[0，\pi]$时，$f(x)_{min}=0$． ……………………10 分

所以$0>a-1$，即$a<1$，因此，a的取值范围是$(-\infty,1)$． ……………………12 分

21．解：（1）由题意，设等差数列$\{a_n\}$的公差为d（$d\neq 0$），则$a_2=a_1+d$，$a_5=a_1+4d$，

$\because a_2$是a_1和a_5的等比中项，$\therefore (a_1+d)^2=a_1(a_1+4d)$，

$(2a_1-d)d=0$，∵$d\neq0$，∴$2a_1-d=0$，即 $d=2a_1$， ……………………………………2 分

∴$a_{2n}=a_1+(2n-1)d=a_1+2(2n-1)a_1=(4n-1)a_1$，

$a_n=a_1+(n-1)d=a_1+2(n-1)a_1=(2n-1)a_1$，

又∵$a_{2n}=2a_n+1$，∴ $(4n-1)a_1=2(2n-1)a_1+1$，

化简整理，得 $a_1=1$， ……………………………………4 分

∴公差 $d=2a_1=2\times1=2$，

∴$a_n=1+2\cdot(n-1)=2n-1$，$n\in\mathbf{N}^*$． ……………………………………6 分

（2）由题意及（1），可得当 $n=1$ 时，$a_1b_1=(2\times1-3)\cdot2^{1+1}+6=2$，

∵$a_1=1$，∴$b_1=2$，

当 $n\geqslant2$ 时，由 $a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n=(2n-3)\cdot2^{n+1}+6$，

可得 $a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_{n-1}b_{n-1}=(2n-5)\cdot2^n+6$，

两式相减，可得 $a_nb_n=(2n-3)\cdot2^{n+1}+6-(2n-5)\cdot2^n-6=(2n-1)\cdot2^n$， ………………8 分

∵$a_n=2n-1$，$n\in\mathbf{N}^*$，∴$b_n=2^n$，

∵当 $n=1$ 时，$b_1=2$ 也满足上式，

∴$b_n=2^n$，$n\in\mathbf{N}^*$， ……………………10 分

∴$T_n=a_1b_n+a_2b_{n-1}+\cdots+a_{n-1}b_2+a_nb_1$

$=1\cdot2^n+3\cdot2^{n-1}+\cdots+(2n-3)\cdot2^2+(2n-1)\cdot2^1$

$=(2n-1)\cdot2^1+(2n-3)\cdot2^2+\cdots+3\cdot2^{n-1}+1\cdot2^n$，

$2T_n=(2n-1)\cdot2^2+(2n-3)\cdot2^3+\cdots+5\cdot2^{n-1}+3\cdot2^n+1\cdot2^{n+1}$，

两式相减得 $-T_n=(2n-1)\cdot2^1+(-2)\cdot2^2+(-2)\cdot2^3+\cdots+(-2)\cdot2^{n-1}+(-2)\cdot2^n-1\cdot2^{n+1}$

$=4n-2-2\cdot(2^2+2^3+\cdots+2^{n-1}+2^n)-2^{n+1}=4n-2-2\cdot\dfrac{2^2-2^{n+1}}{1-2}-2^{n+1}$

$=4n+6-3\cdot2^{n+1}$，∴$T_n=3\cdot2^{n+1}-4n-6$． ……………………12 分

22. 解：$f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=a+\dfrac{a}{x^2}-\dfrac{2}{x}=\dfrac{ax^2-2x+a}{x^2}$ ……………………1 分

∵ $f(x)$ 在定义域内单调递增∴$f'(x)\geq0$，即 $ax^2-2x+a\geq0$ 对 $x>0$ 恒成立，

则 $a\geq\dfrac{2x}{x^2+1}$ 恒成立∴$a\geq\left(\dfrac{2x}{x^2+1}\right)_{\max}$ ………………………… 3 分

∵ $\dfrac{2x}{x^2+1}\leq1$，∴$a\geq1$. 所以 a 的取值范围是 $[1,+\infty)$. ………………………… 5 分

(2)由 $\Delta=4-4a^2>0$ 且 $a>\dfrac{3}{5}$，得 $\dfrac{3}{5}<a<1$

设方程 $f'(x)=0$，即 $ax^2-2x+a=0$ 得两根为 x_1，x_2，且 $0<x_1<x_2$.则 $m=f(x_1)$，$n=f(x_2)$

$\because x_1x_2=1$，$x_1+x_2=\dfrac{2}{a}\therefore 2<x_1+\dfrac{1}{x_1}=\dfrac{2}{a}<\dfrac{10}{3}$，$\therefore \dfrac{1}{3}<x_1<1$，……………………7 分

将 S 表示为关于 x_1 的函数，$S=m-n=ax_1-\dfrac{a}{x_1}-2\ln x_1-\left(ax_2-\dfrac{a}{x_2}-2\ln x_2\right)=ax_1-\dfrac{a}{x_1}$

$-2\ln x_1-\left(\dfrac{a}{x_1}-ax_1+2\ln x_1\right)=2\left(ax_1-\dfrac{a}{x_1}-2\ln x_1\right)$

$\because ax_1^2-2x_1+a=0\therefore a=\dfrac{2x_1}{x_1^2+1}$，

代入得 $S=4\left(\dfrac{x_1^2-1}{x_1^2+1}-\ln x_1\right)=4\left(\dfrac{x_1^2-1}{x_1^2+1}-\dfrac{1}{2}\ln x_1^2\right)$ ……………………9 分

令 $x_1^2=t$，则 $\dfrac{1}{9}<t<1$，得 $g(t)=\dfrac{t-1}{t+1}-\dfrac{1}{2}\ln t$，$\dfrac{1}{9}<t<1$，

则 $S=4g(t)$，$g'(t)=\dfrac{-(t-1)^2}{2t(t+1)^2}<0$，$\therefore g(t)$ 在 $\left(\dfrac{1}{9},1\right)$ 上递减，从而 $g(1)<g(t)<g\left(\dfrac{1}{9}\right)$

即 $0<g(t)<\ln 3-\dfrac{4}{5}\therefore 0<S<4\ln 3-\dfrac{16}{5}$. ……………………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。