

2022 学年第二学期 9+1 高中联盟期中考试

高一年级数学学科 试题

命题： 义乌中学 楼萍萍 王志庆 朱萱颖 审题： 慈溪中学 岑光辉 桐乡高级中学 施娟男

考生须知：

1. 本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟；
2. 答题前，在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场、座位号及准考证号并核对条形码信息；
3. 所有答案必须写在答题卷上，写在试卷上无效，考试结束后，只需上交答题卷；
4. 参加联批学校的学生可关注“启望教育”公众号查询个人成绩分析。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 1\}$ ， $B = \{y | y \geq 0\}$ ，则 $A \cap B =$ (▲)

A. $(-1, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-1, 1)$ D. $[0, 1)$
2. 已知复数 $z = \frac{2+ai}{1+2i}$ (其中 i 是虚数单位) 是纯虚数，则实数 a 的值是 (▲)

A. -1 B. 2 C. 3 D. 4
3. $\cos 3000^\circ$ 的值为 (▲)

A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. 已知 $\triangle ABC$ 的斜二测画法的直观图为 $\triangle A'B'C'$ ，若 $A'B' = 4$ ， $B'C' = 3$ ， $\angle A'B'C' = 60^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 (▲)

A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ C. $6\sqrt{6}$ D. $12\sqrt{6}$
5. 下列说法正确的是 (▲)

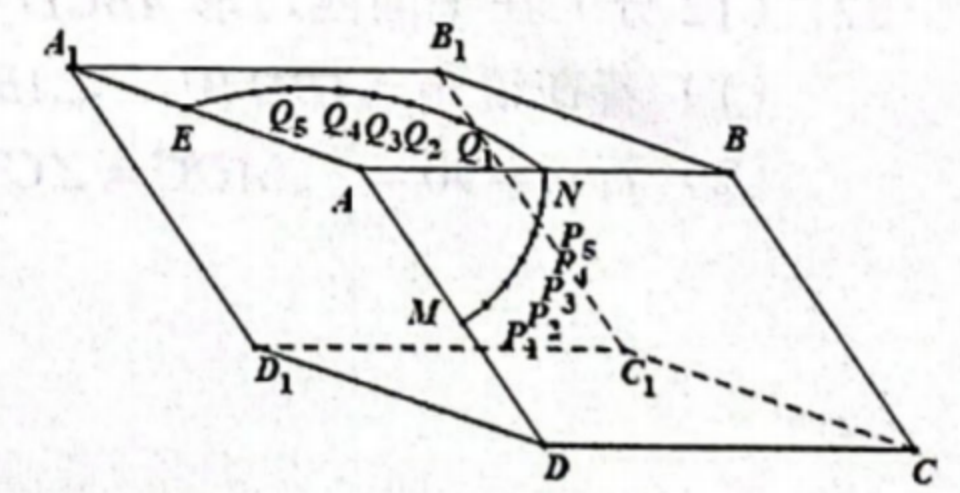
A. 以直角三角形的一条边所在的直线为轴，其余两边旋转一周形成的几何体是圆锥

B. 以正方体的顶点为顶点可以构成正四棱锥

C. 将三棱锥展开后，所得平面图形一定不可能是正方形

D. 任何直三棱柱都可以找到一个球，使得三棱柱的 6 个顶点都在该球面上

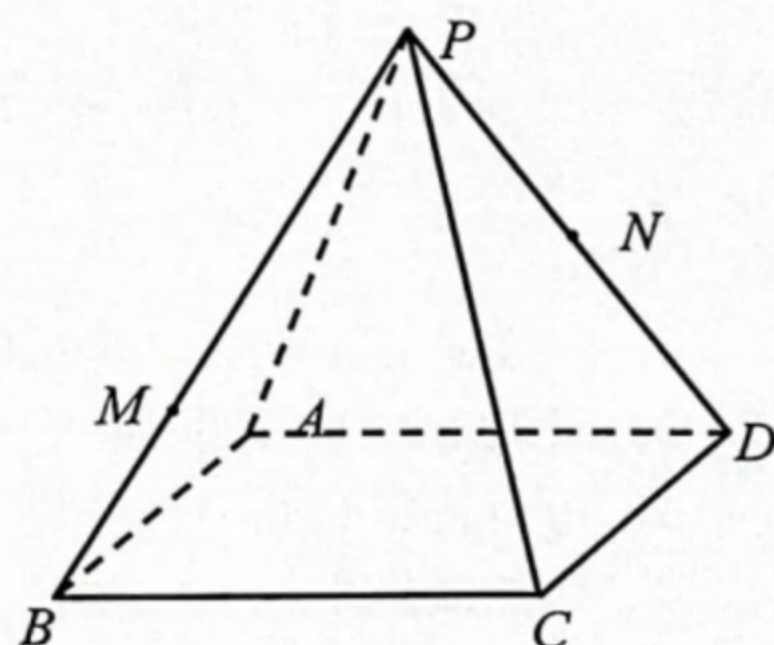
6. 如图，在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，所有棱长为 4， $\angle DAB = \frac{\pi}{3}$ ， $\angle BAA_1 = \frac{2\pi}{3}$ ，分别取 AD ， AB ， AA_1 上的点 M ， N ， E 使 $AM = AN = AE = 2$ ，以 A 为圆心，2 为半径分别在平面 $ABCD$ 和平面 ABB_1A_1 内作弧 MN ， NE ，并将两弧各六等分，分点依次为 M ， P_1 ， P_2 ， P_3 ， P_4 ， P_5 ， N 以及 N ， Q_1 ， Q_2 ， Q_3 ， Q_4 ， Q_5 ， E 。一只



第 6 题图

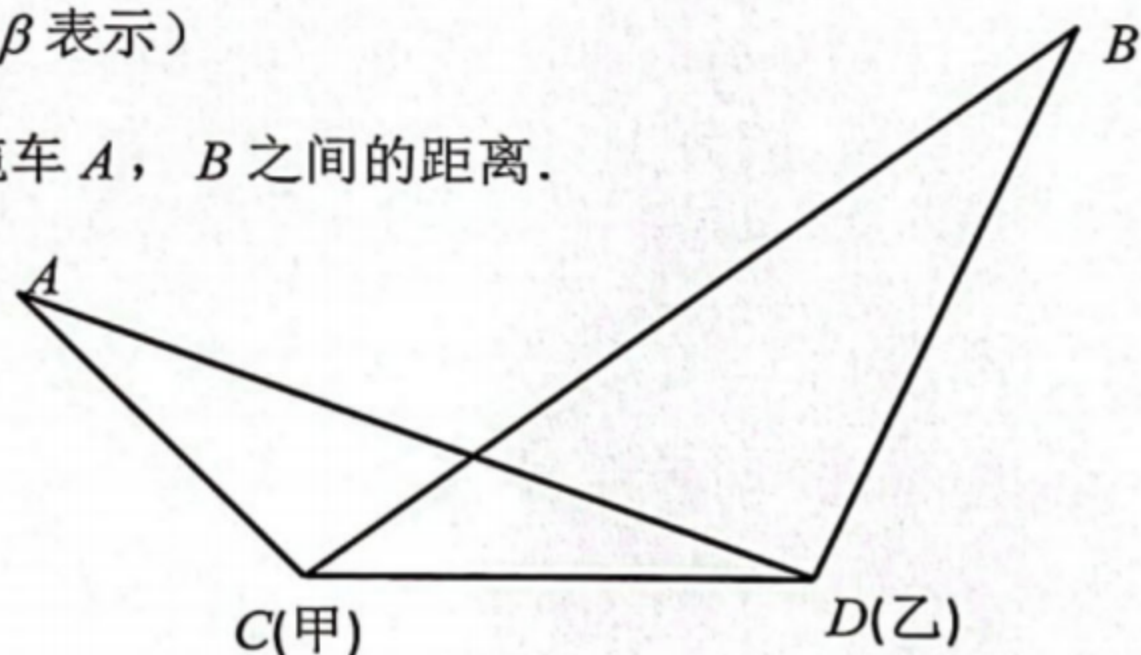
19. (12分) 如图, 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB=2$, $PA=4$, M 是 PB 上的点且 $PM=2MB$, N 是 PD 的中点. 求:

- (1) 四棱锥 $P-ABCD$ 的表面积;
- (2) 三棱锥 $N-MCD$ 的体积.



20. (12分) 如图所示, 甲乙两人站在同一水平面上, 与缆车 A, B 在同一铅垂平面内且相距 50 米. 假设甲、乙两人的视线处于同一水平线且缆车处于静止状态, 甲处观察缆车 A 的仰角为 α , 乙处观察缆车 A 的仰角为 β , 甲处观察缆车 B 的仰角为 θ , 乙处观察缆车 B 的仰角为 δ .

- (1) 求缆车 A 相对甲乙所在水平面的高度; (结果用 α, β 表示)
- (2) 若测得 $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\theta = 45^\circ$, $\delta = 75^\circ$, 求缆车 A, B 之间的距离.



21. (12分) 已知函数 $f(x) = \log_4(4^x + 1) - mx$ 是偶函数.

- (1) 求 m 的值;
- (2) 若 $g(x) = 4^{f(x)}$, $a > 0$, $b \in \mathbf{R}$, 不等式 $b \cdot g^2(x) - |a \cdot g(x) - b| + a \geq 0$ 对任意 $x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ 恒成立, 求 $\frac{b}{a}$ 的取值范围.

22. (12分) 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AD=1$, $CD=2$, $\angle BDC = 30^\circ$.

- (1) 若在锐角 $\triangle ABD$ 中, $\angle ABD = 60^\circ$, 求 $\triangle ABD$ 周长的取值范围;
- (2) 若 $A = 90^\circ$, $\angle ADC = \angle C$, 求 BC 的长.

蚂蚁欲从点 P_2 出发，沿平行六面体表面爬行至 Q_4 ，则其爬行的最短距离为 (▲)

- A. $\frac{4\pi}{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

7. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{e}$ 满足 $|\vec{e}|=1, \vec{a} \cdot \vec{e}=1, |\vec{b}-3\vec{e}|=1$ ，则 $|\vec{a}-\vec{b}|$ 的取值范围是 (▲)

- A. $[1,3)$ B. $[1,+\infty)$ C. $[2\sqrt{2},+\infty)$ D. $[2\sqrt{2},3]$

8. 已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} ， $f(x+3)+f(x)=2$ ，且 $y=f(3x-1)$ 为偶函数，函数 $g(x)$ 满

足 $g(x-2)+g(-x)=4$ ，对于 $\forall x \in [-3,1]$ ，均有 $f(x)+g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x+x^3$ ，则 $\frac{g(1)}{f(2023)} =$ (▲)

- A. $-\frac{49}{43}$ B. $-\frac{43}{49}$ C. $\frac{65}{44}$ D. $\frac{44}{65}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

9. 以下四个命题中，真命题的是 (▲)

- A. 不等式 $\frac{x}{x-1} < 0$ 的解集为 $(0,1)$ B. 若 $a < b < 0$ ，则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
 C. 若 $a + \frac{1}{a} > 2$ ，则 $a > 1$ D. 若 $1 < a < 2, -1 < b < 0$ ，则 $2a + b > b^2$

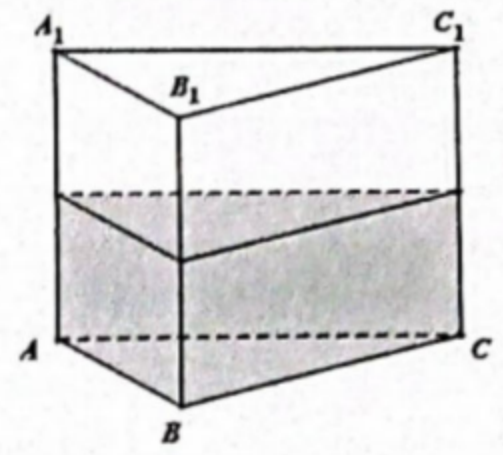
10. 若向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=4, |\vec{b}|=3, \vec{a} \cdot \vec{b} = 6\sqrt{2}$ ，则 (▲)

- A. 向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 45° 或 135°
 B. 向量 \vec{b} 在向量 \vec{a} 上的投影向量为 $\frac{3\sqrt{2}}{8}\vec{a}$
 C. 在平行四边形 $ABCD$ 中，若 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，则该平行四边形的面积是 $6\sqrt{2}$
 D. 在平面四边形 $ABCD$ 中， E 是 BC 的中点. 若 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，且 $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ，则该四边形是梯形

11. 在复数范围内 (i 是虚数单位)，下列选项正确的是 (▲)

- A. 关于 x 的方程 $x^3 = 1$ 的解为 $x = 1$
 B. 复数 $z = i^{2023}(2+3i)$ 的虚部是 -2
 C. 若复数 z 满足 $z^2 = 3+4i$ ，则 $|z| = \sqrt{5}$
 D. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，若 $i-a$ 是关于 x 的方程 $x^2 + bx + 2 = 0$ 的一个根，则 $a = 1, b = 2$

12. 如图是一个装有水的全封闭直三棱柱容器 $ABC-A_1B_1C_1$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $AC = AA_1 = 8$. 若水的体积恰好是该容器体积的一半, 容器厚度忽略不计, 则 (▲)



第 12 题图

- A. 转动容器, 当平面 AA_1C_1C 水平放置时, 容器内水面形成的截面为 $DEFG$, 则 D, E, F, G 都是所在棱的中点
- B. 当底面 AA_1C_1C 水平放置后, 将容器绕着 CC_1 转动 (转动过程中 CC_1 始终保持水平), 有水的部分是棱柱
- C. 在翻滚、转动容器的过程中, 有水的部分不可能是三棱锥
- D. 容器中水的体积与直三棱柱外接球体积之比至多为 $\frac{3\sqrt{2}}{16\pi}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, 1)$, 则与 \vec{a} 垂直的单位向量是 _____ ▲ _____.

14. 山楂冰糖葫芦是将可近似为球的山楂外围裹上冰糖浆凝固制成的, 假设山楂大小均匀, 直径均约为 3cm, 外层冰糖层均匀裹在山楂上, 厚度在 0.5cm 左右, 若有 1L 的冰糖浆, 则大约可制作 _____ ▲ _____ 颗冰糖葫芦 (π 取 3, 最后结果精确到整数).



第 14 题图

15. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 三内角 A, B, C 的对边, 且满足 $a \sin C + 2a \cos^2 \frac{C}{2} = a + b + c$, 则 $\triangle ABC$ 的是 _____ ▲ _____ 三角形. (填三角形的形状特征)

16. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 6 的正三角形, $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{CN} = -2\overrightarrow{AN}$, 若点 P 是 $\triangle ABC$ 边上的动点, 则满足 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN} = 15$ 的点 P 有 _____ ▲ _____ 个.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知向量 $\vec{a} = (2+t, t)$, $\vec{b} = (t, 1)$.

- (1) 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 求 t 的值;
- (2) 若 $|\vec{b}| = \sqrt{10}$, 求向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角的余弦值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = \cos x \cos(x + \frac{\pi}{6})$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的周期及在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间;
- (2) 若关于 x 的方程 $f(x) = t$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ 上有两个不同的实数根, 求实数 t 的取值范围.