

高二数学

注意事项:

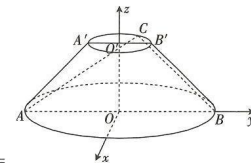
1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教A版选择性必修第一册第一章至第二章2.1。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,点 B 与点 $A(-3,6,1)$ 关于平面 Oxy 对称,则 B 的坐标为
A. $(3,6,1)$ B. $(-3,-6,1)$
C. $(-3,6,-1)$ D. $(-3,-6,-1)$
2. 已知向量 $a=(-1,1,2)$, $b=(-2,0,-1)$,则 $2a-b=$
A. $(-4,2,3)$ B. $(4,-2,-3)$
C. $(0,-2,-5)$ D. $(0,2,5)$
3. 经过 $A(0,\sqrt{3})$, $B(3,0)$ 两点的直线的倾斜角为
A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$
4. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A_1D_1}+\overrightarrow{CC_1}=$
A. $\overrightarrow{AC_1}$ B. $\overrightarrow{C_1A}$ C. $\overrightarrow{AD_1}$ D. $\overrightarrow{D_1A}$
5. 若直线 l 的斜率大于1,则 l 的倾斜角的取值范围为
A. $(\frac{\pi}{4}, +\infty)$ B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ C. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ D. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$
6. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, $\overrightarrow{B_1D}=3\overrightarrow{DC_1}$,则向量 $\overrightarrow{AD}$ 在向量 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为
A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$
7. 已知直线 l_1 的倾斜角是直线 l_2 的倾斜角的2倍,且 l_1 的斜率为 $-\frac{3}{4}$,则 l_2 的斜率为
A. 3 或 $-\frac{1}{3}$ B. 3
C. $\frac{1}{3}$ 或 -3 D. $\frac{1}{3}$
8. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB=AC=AD=6$, AB, AC, AD 两两垂直, E 为 AB 的中点, F 为 AD 上更靠近点 D 的三等分点, O 为 $\triangle BCD$ 的重心,则 O 到直线 EF 的距离为
A. 2 B. 1 C. $\frac{2\sqrt{26}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{26}}{5}$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分。

9. 已知直线 l 的倾斜角为 $\frac{2\pi}{3}$,则 l 的方向向量可能为
A. $(1, -\sqrt{3})$ B. $(\sqrt{3}, -1)$ C. $(-2, 2\sqrt{3})$ D. $(2\sqrt{3}, -2)$
10. 已知 $\{a, b, c\}$ 是空间的一个基底,则可以与向量 $a+c, b-c$ 构成空间的一个基底的向量是
A. $a+b$ B. a C. $2a+2b+c$ D. $a-b+2c$
11. 如图,在圆台 OO' 中, $AB, A'B'$ 分别为圆 O, O' 的直径, $AB \parallel A'B'$, $AB=3A'B'=12$,圆台 OO' 的体积为 $\frac{104\pi}{3}$, C 为内侧 $\widehat{A'B'}$ 上更靠近 B' 的三等分点,以 O 为坐标原点,下底面垂直于 AB 的直线为 x 轴, OB, OO' 所在的直线分别为 y, z 轴,建立空间直角坐标系,则
A. O' 的坐标为 $(0, 0, 2)$
B. $\overrightarrow{AC}=(-\sqrt{3}, 7, 2)$
C. 平面 ABC 的一个法向量为 $(2, 1, \sqrt{3})$
D. O' 到平面 ABC 的距离为 $\frac{2\sqrt{21}}{7}$
12. 在正四面体 $ABCD$ 中, M, N 分别是 AD, BC 的中点, $AB=2\sqrt{6}$,则
A. $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB}=24$ B. $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB}=12$
C. $\langle \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{CD} \rangle > \frac{\pi}{3}$ D. 异面直线 MN 与 BD 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$



三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知 $a=(0,1,m)$, $b=(0,n,-3)$ 分别是平面 α, β 的法向量,且 $a \parallel \beta$,则 $mn=$ 。
14. 已知点 $A(1,2)$, $B(2,3)$,点 C 在 x 轴上, $\triangle ABC$ 为直角三角形,请写出 C 的一个坐标:
 。
15. 在空间直角坐标系中,向量 $a=(\sin \alpha, -\cos \alpha, 1)$, $b=(2\cos \theta, 1, 2\sin \theta)$,则 $a \cdot b$ 的最大值为 。
16. 在三棱锥 $P-ABC$ 中,底面 ABC 为正三角形, $PA \perp$ 平面 ABC , $PA=AB$, G 为 $\triangle PAC$ 的外心, D 为直线 BC 上的一动点,设异面直线 AD 与 BG 所成的角为 θ ,则 θ 的取值范围为 。

四、解答题:本题共6小题,共70分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)
已知直线 l_1 经过 $A(m,3)$, $B(1,m)$ 两点, l_2 经过 $P(2,1)$, $Q(4,2)$ 两点。
(1)若 $l_1 \parallel l_2$,求 m 的值;
(2)若 l_1, l_2 的倾斜角互余,求 m 的值。

18. (12分)

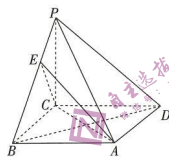
在空间直角坐标系中, 平行四边形 $ABCD$ 的三个顶点为 $A(0, -1, 1), B(0, 1, 2), C(3, 1, 3)$.

- (1) 求 D 的坐标;
- (2) 求四边形 $ABCD$ 的面积.

19. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $PC \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $PC = 1$.

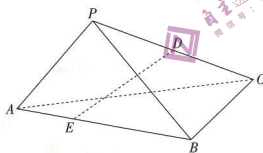
- (1) 证明: $BD \perp PA$.
- (2) 若 $\vec{PB} = 3\vec{PE}$, 求二面角 $P-AC-E$ 的余弦值.



20. (12分)

《九章算术》中将四个面都为直角三角形的四面体称为鳖臑. 如图, 在鳖臑 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 $PBC, BC \perp$ 平面 PAB, D 为 PC 的中点, $\vec{BE} = 2\vec{EA}$.

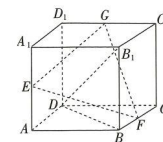
- (1) 设 $\vec{PA} = \vec{a}, \vec{PB} = \vec{b}, \vec{PC} = \vec{c}$, 用 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 表示 $\vec{DE}$;
- (2) 若 $|\vec{PA}| = |\vec{PB}| = |\vec{PC}| = 1$, 求 $\vec{AC} \cdot \vec{DE}$.



21. (12分)

如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2, E, F, G$ 分别是 AA_1, BC, C_1D_1 的中点.

- (1) 证明: $B_1D \perp$ 平面 EFG .
- (2) 在直线 DB 上是否存在点 P , 使得 $B_1P \parallel$ 平面 EFG ? 若存在, 请指出 P 的位置; 若不存在, 请说明理由.



22. (12分)

如图, A, B, C 为圆柱底面圆周上三个不同的点, AA_1, BB_1, CC_1 分别为半圆柱的三条母线, 且 C 是 $\widehat{AB}$ 的中点, O, E 分别为 AB, BB_1 的中点.

- (1) 证明: $A_1C_1 \parallel$ 平面 ACE .
- (2) 若 $AA_1 = 4AB = 8, F$ 是 $\widehat{A_1B_1}$ 上的动点 (含弧的端点), 求 OF 与平面 ACE 所成角的正弦值的最大值.

