台州市 2022学年第二学期 高一年级期末质量评估试题
数 学

2023．07

命题：庄丰（玉环中学） 王强（三门中学）

审题：陈伟丽（台州市路桥中学）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1．复数 $-1-2\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点位于

A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

2．已知向量 $\vec{a}=(1,m),\vec{b}=(2,-1)$，且 $\vec{a}//\vec{b}$，则实数 $m=$

A．-2　B．$-\frac{1}{2}$　C．$\frac{1}{2}$　D．2

3．我国南宋数学家秦九韶，发现了三角形面积公式，即 $S=\frac{1}{2}\sqrt{c^2a^2-\left(\frac{c^2+a^2-b^2}{2}\right)^2}$，其中 a,b,c 是三角形的三边，S 是三角形的面积.若某三角形三边 a,b,c，满足 $b=1$，$ca=1$，则该三角形面积 S 的最大值为

A．$\frac{\sqrt{2}}{4}$　B．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

4．已知表面积为 27π 的圆锥的侧面展开图是一个半圆．则圆锥的底面半径为

A．3　B．$3\sqrt{2}$　C．6　D．$4\sqrt{3}$

5．一个袋子中装有大小和质地相同的 5 个球，其中有 2 个黄色球，3 个红色球，从袋中不放回的依次随机摸出 2 个球，则事件“两次都摸到红色球”的概率为

A．$\frac{1}{4}$　B．$\frac{3}{10}$　C．$\frac{1}{3}$　D．$\frac{1}{2}$

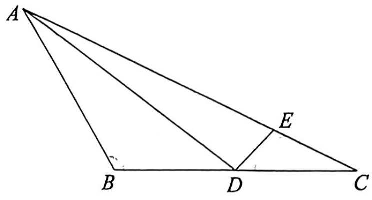
6．抛掷一枚骰子 5 次，记录每次骰子出现的点数，已知这些点数的平均数为 2 且出现点数 6，则这些点数的方差为

A．3.5　B．4　C．4.5　D．5

7．正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 $B_1BCC_1, AB=2A_1B_1$，则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为

A．$\frac{2}{5}$　B．$\frac{3}{5}$　C．$\frac{4}{5}$　D．$\frac{\sqrt{21}}{5}$

8. 如图，在$\triangle ABC$中，D是BC的中点，E是AC上的点，$AC=2AB$，$CD=1$，$AE=3EC$，$\angle ADB=\angle EDC=\alpha$，则$\cos\alpha=$



（第 8 题）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多个选项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知一个古典概型的样本空间Ω和事件A、B，满足$n(\Omega)=32$，$n(A)=16$，$n(B)=8$，$n(A\cup B)=20$，则下列结论正确的是

A. $P(A)=\dfrac{1}{2}$　　B. $P(AB)=\dfrac{1}{8}$　　C. A与B互斥　　D. A与B相互独立

10. 已知m，n，l是空间中三条不同直线，α，β，γ是空间中三个不同的平面，则下列命题中正确的是

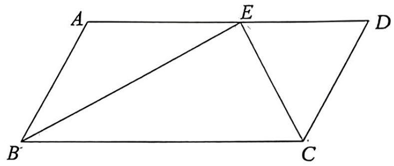
A. 若$m\subset\alpha$，$m/\!/\beta$，$n\subset\beta$，$n/\!/\alpha$，则$\alpha/\!/\beta$

B. 若$\alpha\cap\beta=m$，$\alpha\cap\gamma=n$，$\beta\cap\gamma=l$，$m/\!/n$，则$m/\!/l$

C. 若$\alpha\perp\beta$，$\alpha\perp\gamma$，$\beta\cap\gamma=m$，则$m\perp\alpha$

D. 若$\alpha\cap\beta=m$，$\alpha\perp\beta$，$n\perp m$，则$n\perp\beta$

11. 如图，在平行四边形$ABCD$中，$\angle B=60^\circ, BC=2AB=2$，点$E$是边$AD$上的动点（包含端点），则下列结论正确的是



（第 11 题）

A. 当点E是AD的中点时，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BE}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

B. 存在点E，使得$\left(\overrightarrow{BA}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}\right)\perp\overrightarrow{CE}$

C. $\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{EC}$的最小值为$-\dfrac{1}{4}$

D. 若$\overrightarrow{CE}=x\overrightarrow{CB}+y\overrightarrow{CD}, x, y\in\mathrm{R}$，则$x+2y$的取值范围是$[2,3]$

12. 四面体$ABCD$中，$AB=BC=CD=DA=BD=2$，$AC=m$，则有

A. 存在m，使得直线CD与平面ABC所成角为$\dfrac{\pi}{3}$

B. 存在m，使得二面角$A-BC-D$的平面角大小为$\dfrac{\pi}{3}$

C. 若$m=2$，则四面体$ABCD$的内切球的体积是$\dfrac{\sqrt{6}\pi}{27}$

D. 若$m=3$，则四面体$ABCD$的外接球的表面积是$\dfrac{28\pi}{3}$

三、填空题：本大题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分。

13. 已知复数$z=1-\mathrm{i}$（i为虚数单位），则$|z|=$__▲__.

14. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱长为 3，在正方体的顶点中，到平面 A_1DB 的距离为 $\sqrt{3}$ 的顶点可能是__▲__.（写出一个顶点即可）

15. 在△ABC 中，a,b,c 分别为角 A,B,C 的对边，已知 $B=\theta$，$b=\sqrt{2},c=2$，若△ABC 有两解，则 θ 的取值范围是__▲__.

16. 已知平面向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 均为非零向量，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}=\frac{1}{4}\vec{a}^2$，且 $\left|\vec{a}+\vec{c}+2\vec{b}\right|=k\left|\vec{a}\right|,k\in\mathrm{R}$，则 k 的最小值为__▲__.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知复数 $z=2-\mathrm{i}$，i 为虚数单位.

（Ⅰ）求 z^2；

（Ⅱ）若 z 是关于 x 的方程 $2x^2+px+q=0\ (p,q\in\mathrm{R})$ 一个根，求 p,q 的值.

18.（本小题满分 12 分）

已知 $\vec{a},\vec{b}$ 是非零向量，①$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{3}\left|\vec{b}\right|$；②$\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=\frac{\pi}{6}$；③$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\left|\vec{b}\right|$.

（Ⅰ）从①②③中选取其中两个作为条件，证明另外一个成立；（注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分.）

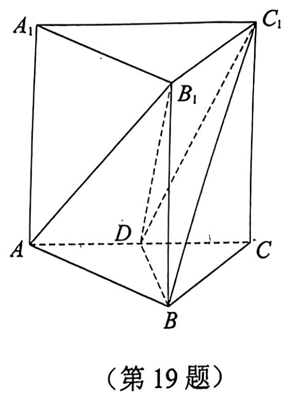
（Ⅱ）在①②的条件下，$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\perp\left(\vec{a}-\lambda\vec{b}\right)$，求实数 λ.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ABC=90^\circ, AA_1=AC=2$，$D$ 为 AC 的中点.

（Ⅰ）求证：AB_1 // 平面 C_1DB；

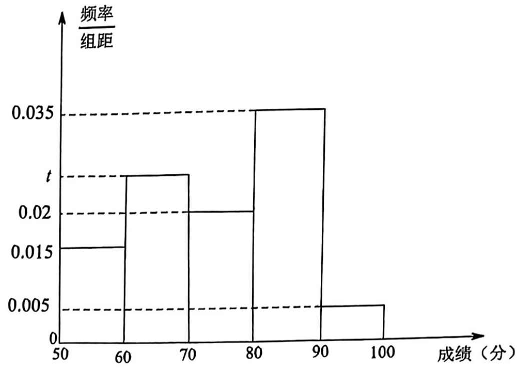
（Ⅱ）求三棱锥 B_1-DBC_1 体积的最大值.



（第 19 题）

20. （本小题满分 12 分）

第 19 届亚运会将于 2023 年 9 月 23 日至 10 月 8 日在杭州举行，为了弘扬奥林匹克和亚运精神，某学校对全体高中学生组织了一次关于亚运会相关知识的测试．从全校学生中随机抽取了 100 名学生的成绩作为样本进行统计，测试满分为 100 分，并将这 100 名同学的测试成绩分成 5 组，绘制成了如图所示的频率分布直方图．



（第 20 题）

（Ⅰ）求频率分布直方图中 t 的值，并估计这 100 名学生的平均成绩；

（Ⅱ）用样本频率估计总体，如果将频率视为概率，从全校学生中随机抽取 3 名学生，求 3 名学生中至少有 2 人成绩不低于 80 分的概率．

21.（本小题满分 12 分）

在锐角△ABC 中，a,b,c 分别为角 A，B，C 的对边，$b=\frac{2}{5}\cdot\frac{a^2\cos C-c^2\cos A}{a-c}$．

（Ⅰ）求证：$2b=a+c$；

（Ⅱ）求 $\sin B$ 的取值范围．

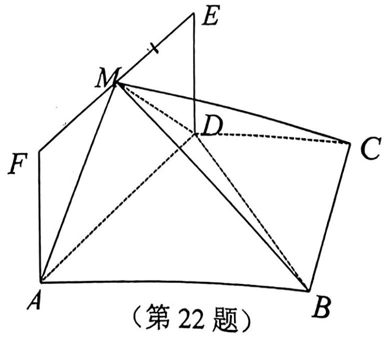
22.（本小题满分 12 分）

如图，平面 $ADEF\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ADEF$ 为矩形，且 M 为线段 EF 上的动点，$AB//CD$，$\angle ABC=90^\circ$，$AD=2DE$，$AB=2CD=2BC=2$．

（Ⅰ）当 M 为线段 EF 中点时，

(i) 求证：$AM\perp$ 平面 BDM；(ii) 求直线 AM 与平面 MBC 所成角的正弦值；

（Ⅱ）记直线 AM 与平面 MBC 所成角为 α，平面 MAD 与平面 MBC 的夹角为 β，是否存在点 M 使得 $\alpha=\beta$？若存在，求出 $|FM|$；若不存在，说明理由．



（第 22 题）