

## 2023 届高三 信息押题卷(二) 全国卷 理科数学试题

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

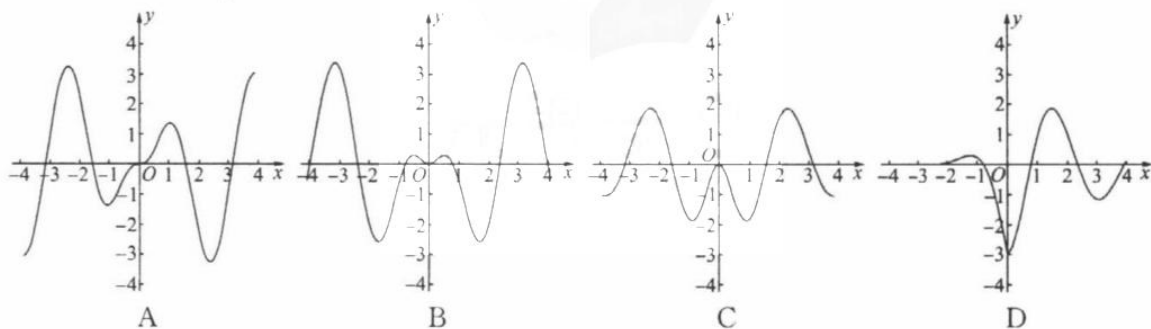
1.已知集合  $A = \{x | y = \sqrt{5-3x}\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2x < 3\}$ , 则  $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B =$

- A.  $\{x | \frac{5}{3} < x < 3\}$       B.  $\{x | -1 < x \leq 3\}$       C.  $\{x | -1 < x \leq \frac{5}{3}\}$       D.  $\{x | x < 3\}$

2.已知复数  $z$  满足  $\frac{2-i}{z} = 1+i$  ( $i$  为虚数单位),  $\bar{z}$  是  $z$  的共轭复数, 则  $4z \cdot \bar{z} =$

- A. 5      B.  $\sqrt{5}$       C. 10      D.  $\sqrt{10}$

3.函数  $f(x) = \frac{3x^2 \cos 2x}{2^{|x|}}$  的大致图象为



4.某超市对一种商品受顾客的喜爱程度进行 100 份问卷调查,得到了如下的  $2 \times 2$  列联表,从 100 人中随机抽取 1 人,抽到喜爱该商品的男顾客的概率为  $\frac{2}{5}$ .

	喜爱该商品	不喜爱该商品	合计
男生		10	
女生	35		
合计			100

则有超过( )的把握认为喜爱该商品与性别有关.

下面的临界值表供参考:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.25	0.15	0.010	0.005
$k_0$	1.323	2.072	6.635	7.879

- A. 75%      B. 85%      C. 90%      D. 95%

信息押题卷(二) 全国卷 理科数学试题 第 1 页(共 4 页)

1

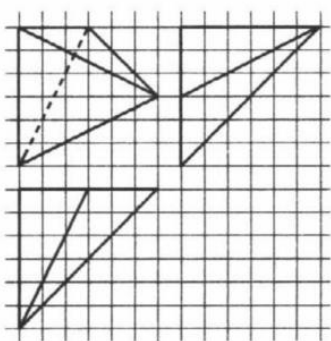
官方微信公众号: zizzsw

官方网站: [www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)

咨询热线: 010-5601 9830

微信客服: zizzs2018

5. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某空间几何体的三视图, 则该几何体的体积为



- A.18                      B.24                      C.27                      D.35

6. 古印度数学家婆什伽罗在《丽拉沃蒂》一书中提出如下问题: 某人给一个人布施, 初日施 2 子安贝(古印度货币单位), 以后逐日倍增, 问一月共施几何? 在这个问题中, 以一个月 31 天计算, 记此人第  $n$  日布施了  $a_n$  子安贝(其中  $1 \leq n \leq 31, n \in \mathbf{N}^*$ ), 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ . 若关于  $n$  的不等式  $a_{n+1}^2 + 256 \geq (S_n + 2)(t + 5)$  恒成立, 则实数  $t$  的最大值为

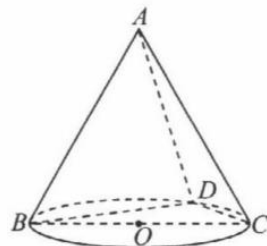
- A.15                      B.20                      C.24                      D.27

7.  $(x^3 - x^2) \left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$  的展开式中含  $x^5$  的系数为

- A.1 872                      B.792                      C.495                      D.429

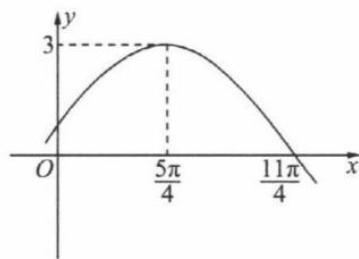
8. 已知圆锥  $AO$ , 底面的面积为  $4\pi$ , 母线与底面所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ , 点  $D$  在底面圆周上, 当三棱锥  $A-BCD$  的体积最大时, 圆锥的外接球的球心到平面  $ABD$  的距离为

- A.2                      B.  $\frac{5}{6}$   
C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{2}{3}$



9. 已知函数  $f(x) = 3\sin(\omega x + \varphi)$  ( $x \in \mathbf{R}, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示, 则下列说法正确的是

- A.  $f(x) = 3\sin\left(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{12}\right)$   
B.  $f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
C. 不等式  $f(x) \geq \frac{3}{2}$  的解集为  $\left[6k\pi + \frac{\pi}{4}, 6k\pi + \frac{9\pi}{4}\right] k \in \mathbf{Z}$   
D. 将  $f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度后所得函数的图象在  $[6\pi, 8\pi]$  上单调递增



10. 已知函数  $f(x) = x^3 + 2x + 2$  在  $[-2, 2]$  上的最大值与最小值分别为  $M$  和  $m$ , 则经过函数  $g(x) = (M+m)x + \frac{1}{[(M+m)x - 1]^3}$  的图象的对称中心的直线被圆  $x^2 + y^2 = 5$  截得的最短弦长为

- A.10                      B.5                      C.  $\frac{3\sqrt{7}}{4}$                       D.  $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

11. 已知  $F$  是抛物线  $y^2 = -12x$  的焦点, 点  $A, B$  在抛物线上, 且  $\triangle ABF$  的重心坐标为

$$\left(-\frac{4}{3}, -2\right), \text{ 则 } \frac{||FA| - |FB||}{|AB|} =$$

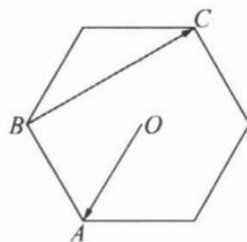
- A.  $\frac{1}{3}$                       B. 6                      C.  $\frac{\sqrt{5}}{37}$                       D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

12. 若不等式  $x^3 + (e-2m)x^2 + x + e^x \geq e(\ln x + 1)$  对  $\forall x \in (0, +\infty)$  恒成立, 那么  $m$  的最大整数值为

- A. -1                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。**

13. 如图,  $O$  是边长为 1 的正六边形的中心,  $A, B, C$  是三个顶点, 则  $\vec{OA} \cdot \vec{BC} =$  \_\_\_\_\_.



14. 甲、乙、丙、丁、戊五名同学利用寒假参加社区服务, 分别从为老年人服务、社会保障服务、优抚对象服务、为残病人服务、安全防范服务等五个服务项目中选择一个报名, 记事件  $A$  为“五名同学所选项目各不相同”, 事件  $B$  为“只有甲同学选安全防范服务”, 则  $P(A|B) =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + 3a_2 + 5a_3 + \dots + (2n-1)a_n = 2n + 3 (n \in \mathbf{N}^*)$ , 数列  $\{2a_n a_{n+1}\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 则  $S_n =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知双曲线  $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$  的一条渐近线的倾斜角的正切值为  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ . 若直线  $y = mx + n$  ( $m^2 < 4$  且  $m^2 \neq \frac{4}{5}$ ) 与双曲线交于  $A, B$  两点, 直线  $OA, OB$  的斜率的倒数和为  $\frac{10}{m}$ , 则直线  $y = mx + n$  恒经过的定点为 \_\_\_\_\_.

**三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。**

(一) 必考题: 60 分。

17. (12 分) 在锐角  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $2\cos^2 2C = 3 - 5\cos 2\left(\frac{23\pi}{2} - C\right)$ .

(1) 求角  $C$ ;

(2) 若点  $D$  在  $AB$  上,  $BD = 2AD, BD = CD$ , 求  $\frac{AC}{BC}$  的值.

18. (12 分) 学校体育节的投篮比赛中, 10 名学生的投中个数(每人投 10 个球)统计表如下:

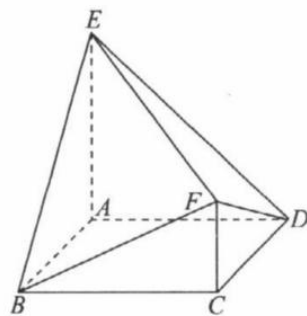
编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
投中个数	7	9	8	9	8	10	7	7	6	9

(1) 求这 10 名学生投中球的个数的方差;

(2) 从这 10 名学生中随机抽取 4 人, 记抽取投中 9 个或 10 个球的学生的人数为  $X$ , 求  $X$  的分布列和数学期望.

19. (12分) 如图, 在多面体  $ABCDEF$  中, 四边形  $ABCD$  是正方形,  $AE \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AE \parallel CF$ ,  $AB = AE = 2CF = 2$ .

- (1) 若  $G$  为  $AE$  的中点, 求证:  $CG \parallel$  平面  $DEF$ ;  
(2) 求二面角  $B-EF-D$  的正弦值.



20. (12分) 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过点  $F_1$  的直线在  $y$  轴上的截距为 1, 且与椭圆交于  $M, N$  两点,  $F_2$  到直线  $MN$  的距离为  $\sqrt{2}$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

- (1) 求椭圆的方程;  
(2) 若  $P(0, m)$ ,  $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN} \leq \frac{6}{5}m + \frac{33}{5}$ , 求  $S_{\triangle PMN}$  的最大值.

21. (12分) 已知  $f(x) = a \ln x - 2x^2 (a \in \mathbf{R})$ .

- (1) 求  $f(x)$  的最值;  
(2) 当  $a = -1, x \in (0, 1]$  时, 若  $(2-x)e^x + x - 2x^2 + f(x) > m$  恒成立, 求正整数  $m$  的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

已知曲线  $C$  的参数方程  $\begin{cases} x = -2 + 3\cos \alpha, \\ y = 3\sin \alpha, \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数) 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极

轴建立极坐标系, 直线  $l$  的方程为  $2 + \rho \left( \sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta + 2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right) = 2\rho \cos^2 \frac{\theta}{2}$ , 直线  $l$  与  $x, y$  轴的交点分别为  $A, B$ .

- (1) 求曲线  $C$  的普通方程及直线  $l$  的平面直角坐标方程;  
(2) 若点  $E$  在曲线  $C$  上, 求  $\triangle ABE$  的面积的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知  $f(x) = 2|x-1| - |x+3|$ .

- (1) 解不等式  $f(x) < 5x+1$ ;  
(2) 若对  $\forall a \in \mathbf{R}$ , 不等式  $f(x) \leq |x+3| + 2a^2 - 3a + 4$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线