

2023 年普通高等学校招生全国统一考试

数学(文)风向卷(二)

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

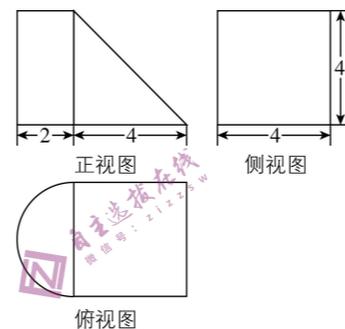
一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$, $B = \{x | x > 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = (\quad)$
 A. $[-1, 1]$ B. $[-5, 1]$
 C. $\{1\}$ D. $(-\infty, 5]$
2. 复数 z 满足 $(2+i)z = i-3$ (i 为虚数单位), 则 $|z| = (\quad)$
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$
3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 1, \\ y-x \leq 1, \\ x \leq 1, \end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最小值为 (\quad)
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 接种疫苗是防控新冠疫情有效的方法之一, 我国自 2021 年 1 月开始实施全民免费接种新冠病毒疫苗工作。某地为方便居民接种, 共设置了 A, B, C, D 四个疫苗接种点, 每位接种者可

去任一接种点接种。若甲、乙两人去接种新冠病毒疫苗, 则两人不在同一接种点接种新冠病毒疫苗的概率为 (\quad)

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

5. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是 (\quad)



- A. $8\pi + 32$ B. $16\pi + 32$ C. $8\pi + \frac{64}{3}$ D. $16\pi + \frac{64}{3}$

6. 在梯形 $ABCD$ 中, $\vec{AB} = 2\vec{DC}$, 设 $\vec{AB} = m$, $\vec{AD} = n$, 则 $\vec{AC} + \vec{BD} = (\quad)$

- A. $-\frac{1}{2}m + 2n$ B. $\frac{1}{2}m - 2n$ C. $m - 2n$ D. $-m + 2n$

7. 已知 $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$, 且 $\sin 36^\circ(1 + \sin 2\alpha) = 2\cos^2 18^\circ \cos 2\alpha$, 则 $\alpha = (\quad)$

- A. 18° B. 27° C. 54° D. 63°

8. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_4 = 3$, $S_{n-4} = 12$, $S_n = 17$, 则 n 的值为 (\quad)

- A. 8 B. 11 C. 13 D. 17

9. 已知在菱形 $ABCD$ 中, $AB = AC = 2$, 将其沿对角线 AC 折成四面体 $ABCD$, 使得 $BD = 2$. 若该四面体的所有顶点在同一个球面上, 则该球的表面积为 (\quad)

- A. 8π B. 4π C. 6π D. $\frac{10}{3}\pi$

10. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过点 F_1 的直线与双曲线 C 的

右支在第一象限的交点为 A ，与 y 轴的交点为 B ，且 B 为线段 AF_1 的中点. 若 $\triangle ABF_2$ 的周长为 $6a$ ，则双曲线 C 的渐近线方程为()

- A. $y = \pm\sqrt{3}x$ B. $y = \pm\sqrt{2}x$ C. $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$ D. $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$

11. 在三棱锥 $S-ABC$ 中， $SB=BC=SA$ ， SM ， AM ， BN ， CN 分别是 $\angle BSC$ ， $\angle BAC$ ， $\angle SBA$ ， $\angle SCA$ 的平分线， $SA \perp$ 平面 BCN ， $MN \perp BC$ ，则 AM ， BN 所成角的余弦值为()

- A. $-\frac{8}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{34}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

12. 已知有且只有一个实数 x 满足 $x^3 - ax - 1 = 0$ ，则实数 a 的取值范围是()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, -\frac{3\sqrt{2}}{2})$ C. $(-\infty, 2]$ D. $(-\infty, \frac{3\sqrt{2}}{2})$

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 递增的等比数列 $\{a_n\}$ 的每一项都是正数，设其前 n 项和为 S_n . 若 $a_2 + a_4 = 30$ ， $a_1 a_5 = 81$ ，则 $S_6 =$ _____.

14. 若 α 满足 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin 2\alpha =$ _____.

15. 点 P 在圆 $C: (x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$ 上， $A(2, 0)$ ， $B(0, 1)$ ，则当 $\angle PBA$ 最大时， $|PB| =$ _____.

16. 已知 $A(x_A, y_A)$ ， $B(x_B, y_B)$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{6} + y^2 = 1$ 上关于原点对称的两点，其中 $x_A x_B y_A y_B \neq 0$ ，过点 A 作与 AB 垂直的直线 l 与椭圆 C 交于点 D . 若 k_{AB} ， k_{BD} 分别表示直线 AB ， BD 的斜率，则 $\frac{k_{AB}}{k_{BD}} =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)在 $\triangle ABC$ 中，内角 A ， B ， C 所对的边分别为 a ， b ， c ，已知 $C = 2A$.

(1)求证： $c = 2a \cos A$;

(2)若 $A < B < C$ ， $b = 10$ ，且 $a + c = 2b$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

18.(本小题满分 12 分)2022 年教育部印发的《义务教育课程方案》，将劳动从原来的综合实践活动课程中完全独立出来，并发布了《义务教育劳动课程标准(2022 年版)》。此后，儿童厨具等劳动教育类玩具走俏市场，特别是“真煮”儿童厨具成了热销玩具。某儿童玩具批发商，统计了某品牌“真煮”儿童厨具 6 月份的销售情况，如表所示。

规格 x (件套)	19	22	28	36	45	48
销量 y (千件)	3.8	3.6	3.2	4.2	3.0	2.6

(1)根据相关系数 r ，判断“真煮”儿童厨具的规格与销量间线性相关关系的强弱；(结果精确到 0.01)

(2)由于受玩具实用性的影响，规格为 36 件套的销量出现异常，若将该组数据剔除，则剩余五组数据 y 与 x 之间具有线性相关关系，试根据表格，求出剩余五组数据 y 关于 x 的线性回归方程，并推测在没有受玩具的实用性的影响下，规格为 36 件套的销量的估计值。(系数精确到 0.01)

参考公式:样本相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ ($|r| \in [0.75, 1]$, 相关性很强; $|r| \in [0.3,$

0.75), 相关性一般).

经验回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

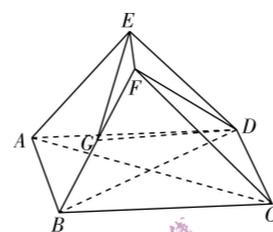
$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

参考数据: $\sqrt{2.1} \approx 1.45, \sum_{i=1}^6 x_i y_i = 652, \sum_{i=1}^6 x_i^2 = 7254.$

19. (本小题满分 12 分)如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形， $AC=2\sqrt{3}$ ， $\triangle ADE$ 为等腰直角三角形， $\angle AED=90^\circ$ ，平面 $ADE \perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $EF \parallel AB$ ， $EF=1$ 。

(1)证明: $AC \perp$ 平面 BDF ;

(2)若 G 为棱 BF 的中点，求三棱锥 $G-DEF$ 的体积。



20. (本小题满分 12 分) 已知抛物线 $C: x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F , O 为坐标原点, 横坐标为 $\sqrt{2}$ 的点 P 在抛物线 C 上, 且满足 $|PF|=|PO|$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 过抛物线 C 上的点 A (异于点 O) 作抛物线 C 的切线 l , 过点 O 作 l 的垂线, 垂足为 B , 直线 BO 与抛物线 C 交于点 D , 当原点到直线 AD 的距离最小时, 求点 A 的坐标.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x)=-2\ln x+2ax-ax^2(a\in R)$.

(1) 若 $a=-\frac{1}{2}$, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 已知 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, $f'(x_1)=f'(x_2)=0$, 且 $x_1>x_2>0$, 若 $\frac{f(x_1)f(x_2)}{2}+x_1x_2>\lambda$ 恒成立, 求实数 λ 的取值范围.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22, 23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases} x = \sqrt{2}\cos\alpha \\ y = \sqrt{6}\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数). 以 O 为极点, x

轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程是 $\rho = \frac{3\cos\theta}{\sin^2\theta}$.

(1)求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2)设曲线 C_1 和 C_2 的交点为 A, B , 求 $\triangle AOB$ 的面积.

23. (本小题满分 10 分)选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+1|$.

(1)求不等式 $f(x) < |3x-2| - 5$ 的解集 A ;

(2)在(1)的条件下, 证明: 对于任意的 $a, b \in A$, 都有 $f(ab) > f(a) - f(-b)$ 成立.