成都市2017级高中毕业班第二次诊断性检测

数　学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 复数z满足$z(1+\mathrm{i})=2$(i为虚数单位),则z的虚部为

(A)i　　(B)$-\mathrm{i}$　　(C)-1　　(D)1

2. 设全集$U=\mathbf{R}$,集合$M=\{x|x<1\}$,$N=\{x|x>2\}$,则$(\complement_U M)\cap N=$

(A)$\{x|x>2\}$　　(B)$\{x|x\geqslant 1\}$　　(C)$\{x|1<x<2\}$　　(D)$\{x|x\geqslant 2\}$

3. 某中学有高中生1500人,初中生1000人.为了解该校学生自主锻炼的时间,采用分层抽样的方法从高中生和初中生中抽取一个容量为n的样本.若样本中高中生恰有30人,则n的值为

(A)20　　(B)50　　(C)40　　(D)60

4. 曲线$y=x^3-x$在点$(1,0)$处的切线方程为

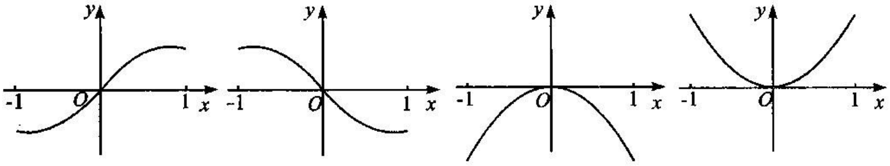
(A)$2x-y=0$　　(B)$2x+y-2=0$

(C)$2x+y+2=0$　　(D)$2x-y-2=0$

5. 已知锐角α满足$2\sin 2\alpha=1-\cos 2\alpha$,则$\tan\alpha=$

(A)$\frac{1}{2}$　　(B)1　　(C)2　　(D)4

6. 函数$f(x)=\cos x\cdot\ln(\sqrt{x^2+1}-x)$在$[-1,1]$的图象大致为



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

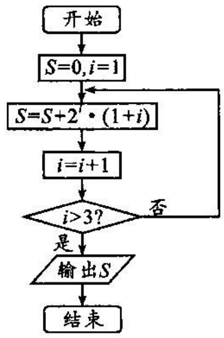
7. 执行如图所示的程序框图,则输出 S 的值为

(A)16

(B)48

(C)96

(D)128

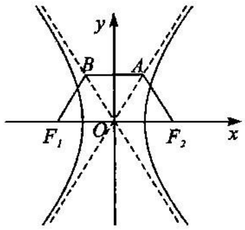


8. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{2})(0<\omega<\pi)$,$f(\frac{\pi}{4})=0$,则函数 $f(x)$的图象的对称轴方程为

(A)$x=k\pi-\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}$　　(B)$x=k\pi+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}$

(C)$x=\frac{1}{2}k\pi,k\in\mathbf{Z}$　　(D)$x=\frac{1}{2}k\pi+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}$

9. 如图,双曲线 C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左,右焦点分别是 $F_1(-c,0)$,$F_2(c,0)$,直线 $y=\frac{bc}{2a}$与双曲线 C 的两条渐近线分别相交于 A,B 两点. 若$\angle BF_1F_2=\frac{\pi}{3}$,则双曲线 C 的离心率为



(A)2　　(B)$\frac{4\sqrt{2}}{3}$

(C)$\sqrt{2}$　　(D)$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 P,Q 分别为 AB,AD 的中点,过点 D 作平面 α 使 B_1P // 平面 α,A_1Q // 平面 α. 若直线 $B_1D_1\cap$平面 $\alpha=M$,则$\frac{MD_1}{MB_1}$的值为

(A)$\frac{1}{4}$　　(B)$\frac{1}{3}$　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$\frac{2}{3}$

11. 已知 EF 为圆$(x-1)^2+(y+1)^2=1$ 的一条直径,点 $M(x,y)$的坐标满足不等式组 $\begin{cases}x-y+1\leqslant 0,\\2x+y+3\geqslant 0,\\y\leqslant 1.\end{cases}$ 则$\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{MF}$的取值范围为

(A)$[\frac{9}{2},13]$　　(B)$[4,13]$　　(C)$[4,12]$　　(D)$[\frac{7}{2},12]$

12. 已知函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$,$g(x)=xe^{-x}$. 若存在 $x_1\in(0,+\infty)$,$x_2\in\mathbf{R}$,使得 $f(x_1)=g(x_2)=k(k<0)$成立,则$(\frac{x_2}{x_1})^2e^k$ 的最大值为

(A)e^2　　(B)e　　(C)$\frac{4}{e^2}$　　(D)$\frac{1}{e^2}$

第Ⅱ卷 （非选择题，共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在答题卡上．

13. $(x+1)^4$ 的展开式中 x^2 的系数为______．

14. 在$\triangle ABC$中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $B=\dfrac{\pi}{3}$，$a=2$，$b=\sqrt{3}$，则$\triangle ABC$的面积为______．

15. 已知各棱长都相等的直三棱柱（侧棱与底面垂直的棱柱称为直棱柱）所有顶点都在球 O 的表面上．若球 O 的表面积为 28π，则该三棱柱的侧面积为______．

16. 经过椭圆$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$中心的直线与椭圆相交于 M,N 两点（点 M 在第一象限），过点 M 作 x 轴的垂线，垂足为点 E．设直线 NE 与椭圆的另一个交点为 P．则 $\cos\angle NMP$ 的值是______．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（本小题满分 12 分）

已知$\{a_n\}$是递增的等比数列，$a_1=1$，且 $2a_2,\dfrac{3}{2}a_3,a_4$ 成等差数列．

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

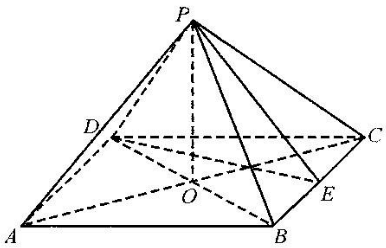
（Ⅱ）设 $b_n=\dfrac{1}{\log_2 a_{n+1}\cdot\log_2 a_{n+3}}$，$n\in\mathbf{N}^*$．求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n．

18.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，O 是边长为 4 的正方形 $ABCD$ 的中心，$PO\perp$平面 $ABCD$，E 为 BC 的中点．

（Ⅰ）求证：平面 $PAC\perp$平面 PBD；

（Ⅱ）若 $PE=3$，求二面角 $D-PE-B$ 的余弦值．



19.（本小题满分 12 分）

某动漫影视制作公司长期坚持文化自信，不断挖掘中华优秀传统文化中的动漫题材，创作出一批又一批的优秀动漫影视作品，获得市场和广大观众的一致好评，同时也为公司赢得丰厚的利润．该公司 2013 年至 2019 年的年利润 y 关于年份代号 x 的统计数据如下表（已知该公司的年利润与年份代号线性相关）：

年　份	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
年份代号 x	1	2	3	4	5	6	7
年利润 y（单位：亿元）	29	33	36	44	48	52	59

(Ⅰ)求 y 关于 x 的线性回归方程，并预测该公司 2020 年(年份代号记为 8)的年利润；

(Ⅱ)当统计表中某年年利润的实际值大于由(Ⅰ)中线性回归方程计算出该年利润的估计值时，称该年为 A 级利润年，否则称为 B 级利润年. 将(Ⅰ)中预测的该公司 2020 年的年利润视作该年利润的实际值，现从 2013 年至 2020 年这 8 年中随机抽取 2 年，求恰有 1 年为 A 级利润年的概率.

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\,\bar{x}$.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点分别为 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，点 P 在椭圆 E 上，$PF_2\perp F_1F_2$，且 $|PF_1|=3|PF_2|$.

(Ⅰ)求椭圆 E 的标准方程；

(Ⅱ)设直线 $l:x=my+1(m\in\mathbf{R})$ 与椭圆 E 相交于 A，B 两点，与圆 $x^2+y^2=a^2$ 相交于 C，D 两点，求 $|AB|\cdot|CD|^2$ 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x^2+2x-m\ln(x+1)$，其中 $m\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)当 $m>0$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(Ⅱ)设 $g(x)=f(x)+\dfrac{1}{e^x}$. 若 $g(x)>\dfrac{1}{x+1}$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，求实数 m 的最大值.

请考生在第 22，23 题中任选择一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分. 作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分 10 分)选修 4—4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=m^2,\\y=2m\end{cases}$ (m 为参数). 以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\theta-\rho\cos\theta+1=0$.

(Ⅰ)求直线 l 的直角坐标方程与曲线 C 的普通方程；

(Ⅱ)已知点 $P(2,1)$，设直线 l 与曲线 C 相交于 M，N 两点，求 $\dfrac{1}{|PM|}+\dfrac{1}{|PN|}$ 的值.

23. (本小题满分 10 分)选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-1|+|x+3|$.

(Ⅰ)解不等式 $f(x)\geqslant 6$；

(Ⅱ)设 $g(x)=-x^2+2ax$，其中 a 为常数. 若方程 $f(x)=g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恰有两个不相等的实数根，求实数 a 的取值范围.

成都市2017级高中毕业班第二次诊断性检测

数学(理科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷 (选择题,共60分)

一、选择题:(每小题5分,共60分)

1.C; 2.A; 3.B; 4.D; 5.C; 6.B; 7.B; 8.C; 9.A; 10.B; 11.D; 12.C.

第Ⅱ卷 (非选择题,共90分)

二、填空题:(每小题5分,共20分)

13.6; 14.$\frac{\sqrt{3}}{2}$; 15.36; 16.0.

三、解答题:(共70分)

17.解:(Ⅰ)设数列$\{a_n\}$的公比为q.由题意及$a_1=1$,知$q>1$.

$\because 2a_2,\frac{3}{2}a_3,a_4$成等差数列,$\therefore 3a_3=a_4+2a_2$.

$\therefore 3q^2=q^3+2q$,即$q^2-3q+2=0$. ……2分

解得$q=2$或$q=1$(舍去). ……4分

$\therefore q=2$. ……5分

$\therefore$数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2^{n-1}$. ……6分

(Ⅱ)$\because b_n=\frac{1}{\log_2 a_{n+1}\cdot\log_2 a_{n+3}}=\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$, ……8分

$\therefore S_n=\frac{1}{2}[(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{4})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\cdots+(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1})+(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})]$

$=\frac{1}{2}(\frac{3}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2})=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2})$ ……11分

$=\frac{3}{4}-\frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$. ……12分

18.解:(Ⅰ)$\because ABCD$为正方形,$\therefore AC\perp BD$. ……1分

$\because PO\perp$平面$ABCD$,$AC\subset$平面$ABCD$,

$\therefore PO\perp AC$. ……2分

$\because OP,BD\subset$平面PBD,且$OP\cap BD=O$,

$\therefore AC\perp$平面PBD. ……4分

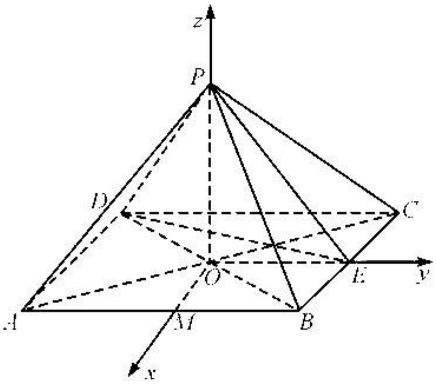
又$AC\subset$平面PAC,$\therefore$平面$PAC\perp$平面PBD. ……5分

(Ⅱ)取AB的中点M,连结OM,OE.

$\because ABCD$是正方形,易知OM,OE,OP两两垂直.

分别以OM,OE,OP所在直线为x,y,z轴建立如图所示的空间直角坐标系$Oxyz$. ……6分

在 Rt$\triangle POE$ 中，$\because OE=2, PE=3, \therefore PO=\sqrt{5}$.



$\therefore B(2,2,0), D(-2,-2,0), P(0,0,\sqrt{5})$,

$E(0,2,0)$.

设平面 PBE 的一个法向量 $\boldsymbol{m}=(x_1,y_1,z_1)$,

$\overrightarrow{BE}=(-2,0,0), \overrightarrow{PE}=(0,2,-\sqrt{5})$.

由 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BE}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PE}=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x_1=0\\ 2y_1-\sqrt{5}z_1=0\end{cases}$.

取 $\boldsymbol{m}=(0,\sqrt{5},2)$. ……9 分

设平面 PDE 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$,

$\overrightarrow{DE}=(2,4,0), \overrightarrow{PE}=(0,2,-\sqrt{5})$.

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PE}=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}2x_2+4y_2=0\\ 2y_2-\sqrt{5}z_2=0\end{cases}$. 取 $\boldsymbol{n}=(-2\sqrt{5},\sqrt{5},2)$. ……10 分

$\therefore \cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\dfrac{9}{3\sqrt{29}}=\dfrac{3\sqrt{29}}{29}$. ……11 分

$\because$ 二面角 $D-PE-B$ 为钝二面角，

$\therefore$ 二面角 $D-PE-B$ 的余弦值为 $-\dfrac{3\sqrt{29}}{29}$. ……12 分

9. 解：(Ⅰ)根据表中数据，计算可得 $\bar{x}=4, \bar{y}=43, \sum\limits_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=140$. ……3 分

又 $\sum\limits_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})^2=28$, $\therefore \hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})^2}=5$. ……5 分

$\because \hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\,\bar{x}$, $\therefore \hat{a}=43-5\times 4=23$. ……6 分

$\therefore y$ 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=5x+23$. ……7 分

将 $x=8$ 代入，$\therefore \hat{y}=5\times 8+23=63$(亿元).

$\therefore$ 该公司 2020 年的年利润的预测值为 63 亿元. ……8 分

(Ⅱ)由(Ⅰ)可知 2013 年至 2020 年的年利润的估计值分别为 28,33,38,43,48,53,58,63(单位:亿元). 其中实际利润大于相应估计值的有 3 年.

故这 8 年中被评为 A 级利润年的有 3 年，评为 B 级利润年的有 5 年. ……10 分

记"从 2013 年至 2020 年这 8 年的年利润中随机抽取 2 年，恰有 1 年为 A 级利润年"的概率为 P.

$\therefore P=\dfrac{C_5^1C_3^1}{C_8^2}=\dfrac{15}{28}$. ……12 分

0. 解：(Ⅰ)$\because$ 点 P 在椭圆上，$\therefore |PF_1|+|PF_2|=2a$.

$\because |PF_1|=3|PF_2|$, $\therefore |PF_2|=\dfrac{a}{2}$, $|PF_1|=\dfrac{3a}{2}$. ……2 分

$\because PF_2\perp F_1F_2$, $\therefore |PF_2|^2+|F_1F_2|^2=|PF_1|^2$,

又 $|F_1F_2|=2$, $\therefore a^2=2$. ……3 分

$\because c=1, b^2=a^2-c^2. \therefore b^2=1.$

$\therefore$椭圆 E 的标准方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$. ……4 分

(Ⅱ)设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$.

联立$\begin{cases}x=my+1\\x^2+2y^2=2\end{cases}$,消去 x,得$(m^2+2)y^2+2my-1=0$.

$\therefore \Delta=8m^2+8>0, y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+2}, y_1y_2=-\frac{1}{m^2+2}$. ……6 分

$\therefore |AB|=\sqrt{1+m^2}\,|y_1-y_2|=\frac{2\sqrt{2}(m^2+1)}{m^2+2}$. ……7 分

设圆 $x^2+y^2=2$ 的圆心 O 到直线 l 的距离为 d,则 $d=\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}$.

$\therefore |CD|=2\sqrt{2-d^2}=2\sqrt{\frac{2m^2+1}{m^2+1}}$. ……8 分

$\therefore |AB|\cdot|CD|^2=4\cdot\frac{2m^2+1}{m^2+1}\cdot\frac{2\sqrt{2}(m^2+1)}{m^2+2}=\frac{8\sqrt{2}(2m^2+1)}{m^2+2}=8\sqrt{2}(2-\frac{3}{m^2+2})$.
……10 分

$\because 0<\frac{3}{m^2+2}\leqslant\frac{3}{2}, \therefore \frac{1}{2}\leqslant 2-\frac{3}{m^2+2}<2$. ……11 分

$\therefore 4\sqrt{2}\leqslant|AB|\cdot|CD|^2<16\sqrt{2}$.

$\therefore |AB|\cdot|CD|^2$ 的取值范围为$[4\sqrt{2},16\sqrt{2})$. ……12 分

21. 解:(Ⅰ)当 $m>0$ 时,$f'(x)=2x+2-\frac{m}{x+1}=\frac{2(x+1)^2-m}{x+1}, x>-1$. ……1 分

令 $f'(x)=0$,解得 $x_1=-\frac{\sqrt{2m}}{2}-1$(舍去),$x_2=\frac{\sqrt{2m}}{2}-1$. ……2 分

当 $x\in(-1,\frac{\sqrt{2m}}{2}-1)$时,$f'(x)<0$. $\therefore f(x)$在$(-1,\frac{\sqrt{2m}}{2}-1)$上单调递减;

当 $x\in(\frac{\sqrt{2m}}{2}-1,+\infty)$时,$f'(x)>0$. $\therefore f(x)$在$(\frac{\sqrt{2m}}{2}-1,+\infty)$上单调递增.

$\therefore f(x)$的单调递减区间为$(-1,\frac{\sqrt{2m}}{2}-1)$,单调递增区间为$(\frac{\sqrt{2m}}{2}-1,+\infty)$.

……4 分

(Ⅱ)由题意,可知 $x^2+2x-m\ln(x+1)>\frac{1}{x+1}-\frac{1}{e^x}$在$(0,+\infty)$上恒成立.

(i)若 $m\leqslant0$, $\because \ln(x+1)>0, \therefore -m\ln(x+1)\geqslant0$.

$\therefore x^2+2x-m\ln(x+1)-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{e^x}\geqslant x^2+2x-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{e^x}$.

构造函数 $G(x)=x^2+2x-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{e^x}, x>0$. 则 $G'(x)=2x+2+\frac{1}{(x+1)^2}-\frac{1}{e^x}$.

$\because x>0$，$\therefore 0<\dfrac{1}{e^x}<1$，$\therefore -1<-\dfrac{1}{e^x}<0$.

又$\because 2x+2+\dfrac{1}{(x+1)^2}>2x+2>2$，$\therefore G'(x)>0$ 在$(0,+\infty)$上恒成立.

$\therefore G(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增. $\therefore G(x)>G(0)=0$.

$\therefore$当 $m\leqslant 0$ 时，$x^2+2x-m\ln(x+1)-\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{e^x}>0$ 在$(0,+\infty)$上恒成立. ……6 分

(ii)若 $m>0$，构造函数 $H(x)=e^x-x-1$，$x>0$.

$\because H'(x)=e^x-1>0$，$\therefore H(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增.

$\therefore H(x)>H(0)=0$ 恒成立，即 $e^x>x+1>0$.

$\therefore \dfrac{1}{x+1}>\dfrac{1}{e^x}$，即$\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{e^x}>0$. ……7 分

由题意，知 $f(x)>\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{e^x}$在$(0,+\infty)$上恒成立.

$\therefore f(x)=x^2+2x-m\ln(x+1)>0$ 在$(0,+\infty)$上恒成立.

由(Ⅰ)，可知 $f(x)_{最小值}=f(x)_{极小值}=f(\dfrac{\sqrt{2m}}{2}-1)$. 又$\because f(0)=0$，

当$\dfrac{\sqrt{2m}}{2}-1>0$，即 $m>2$ 时，$f(x)$在$(0,\dfrac{\sqrt{2m}}{2}-1)$上单调递减，$f(\dfrac{\sqrt{2m}}{2}-1)<f(0)=0$，不合题意.

$\therefore \dfrac{\sqrt{2m}}{2}-1\leqslant 0$，即 $0<m\leqslant 2$. ……9 分

此时 $g(x)-\dfrac{1}{x+1}=x^2+2x-m\ln(x+1)+\dfrac{1}{e^x}-\dfrac{1}{x+1}\geqslant x^2+2x-2\ln(x+1)-\dfrac{1}{e^x}-\dfrac{1}{x+1}$.

构造函数 $P(x)=x^2+2x-2\ln(x+1)+\dfrac{1}{e^x}-\dfrac{1}{x+1}$，$x>0$.

$\therefore P'(x)=2x+2-\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{1}{e^x}+\dfrac{1}{(x+1)^2}$. ……10 分

$\because -\dfrac{1}{e^x}>-\dfrac{1}{x+1}$，$x+1>1$，

$$\therefore P'(x)>2x+2-\frac{3}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{2(x+1)^3-3(x+1)+1}{(x+1)^2}$$

$$>\frac{2(x+1)^2-3(x+1)+1}{(x+1)^2}=\frac{x(2x+1)}{(x+1)^2}>0.$$

$\therefore P'(x)>0$ 恒成立. $\therefore P(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增. $\therefore P(x)>P(0)=0$ 恒成立.

综上，实数 m 的最大值为 2. ……12 分

22. 解：(Ⅰ)由 $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，可得直线 l 的直角坐标方程为 $x-y-1=0$. ……2 分

由曲线 C 的参数方程，消去参数 m，可得曲线 C 的普通方程为 $y^2=4x$. ……4 分

(Ⅱ)易知点 $P(2,1)$ 在直线 l 上，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数).

……6 分

将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的普通方程，并整理得 $t^2-2\sqrt{2}t-14=0$. ……(*)

设 t_1, t_2 是方程(*)的两根，则有 $t_1+t_2=2\sqrt{2}, t_1t_2=-14$. ……7 分

$$\therefore \frac{1}{|PM|}+\frac{1}{|PN|}=\frac{1}{|t_1|}+\frac{1}{|t_2|}=\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_1||t_2|}=\frac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|}$$

$$=\frac{\sqrt{(2\sqrt{2})^2+4\times14}}{14}=\frac{4}{7}.$$ ……10 分

23. 解：(Ⅰ)原不等式即 $|x-1|+|x+3|\geqslant 6$.

①当 $x\geqslant 1$ 时，化简得 $2x+2\geqslant 6$. 解得 $x\geqslant 2$；

②当 $-3<x<1$ 时，化简得 $4\geqslant 6$. 此时无解；

③当 $x\leqslant -3$ 时，化简得 $-2x-2\geqslant 6$. 解得 $x\leqslant -4$.

综上，原不等式的解集为 $(-\infty,-4]\cup[2,+\infty)$ ……4 分

(Ⅱ)由题意 $f(x)=\begin{cases}2x+2, x\geqslant 1\\ 4, 0<x<1\end{cases}$. 设方程 $f(x)=g(x)$ 两根为 $x_1, x_2(x_1<x_2)$.

①当 $x_2>x_1\geqslant 1$ 时，方程 $-x^2+2ax=2x+2$ 等价于方程 $2a=x+\dfrac{2}{x}+2$.

易知当 $a\in(\sqrt{2}+1,\dfrac{5}{2}]$，方程 $2a=x+\dfrac{2}{x}+2$ 在 $(1,+\infty)$ 上有两个不相等的实数根.

此时方程 $-x^2+2ax=4$ 在 $(0,1)$ 上无解. $\therefore a\in(\sqrt{2}+1,\dfrac{5}{2}]$ 满足条件. ……6 分

②当 $0<x_1<x_2<1$ 时，方程 $-x^2+2ax=4$ 等价于方程 $2a=x+\dfrac{4}{x}$.

此时方程 $2a=x+\dfrac{4}{x}$ 在 $(0,1)$ 上显然没有两个不相等的实数根. ……7 分

③当 $0<x_1<1\leqslant x_2$ 时，易知当 $a\in(\dfrac{5}{2},+\infty)$，方程 $2a=x+\dfrac{4}{x}$ 在 $(0,1)$ 上有且只有一个实数根.

此时方程 $-x^2+2ax=2x+2$ 在 $[1,+\infty)$ 上也有一个实数根.

$\therefore a\in(\dfrac{5}{2},+\infty)$ 满足条件. ……9 分

综上，实数 a 的取值范围为 $(\sqrt{2}+1,+\infty)$. ……10 分

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国强基计划、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国中学大联考 2020 届高三下学期模考试题及答案汇总（更新下载中），点击链接获得

http://www.zizzs.com/c/202002/42364.html