

2022-2023 学年高考前适应性训练考试

高三数学答案

1.A

2.C

3.C【解析】 $\because \forall x \in \mathbf{N}, e^x > 0, \therefore$ 命题  $P$  为假命题,  $\because \forall x \in \mathbf{R},$  必有  $x^2 \geq 0, |x| \geq 0,$  所以  $x^2 + |x| \geq 0,$   
 $\therefore$ 命题  $q$  为真命题. 故选 C.

4.C【解析】 $\because \vec{a} = (1, -\sqrt{3}), \therefore |\vec{a}| = 2, \because |\vec{b}| = 1, |\vec{a} + 2\vec{b}| = 2,$

$$\therefore (\vec{a} + 2\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 4 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4 = 4, \therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = -1,$$

$$\therefore \vec{a} \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 - 2 = 2, \therefore \cos \langle \vec{a}, \vec{a} + 2\vec{b} \rangle = \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 向量  $\vec{a}$  与向量  $\vec{a} + 2\vec{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ . 故选: C.

5.B【解析】 $\because f(-x) = \frac{e \ln x^2}{-2x} = -f(x), \therefore f(x)$  是奇函数, 故排除 C, D 选项, 当  $x > 1$  时,  $\ln x^2 > 0,$

$\therefore f(x) > 0,$  故排除 A, 故选 B.

6.D【解析】若甲乙两人中的 1 人到 A 市工作, 其余 3 人到另外两个地方工作, 安排种数有  $C_2^1 C_3^2 A_2^2 = 12$  种;  
 若甲乙两人中的 1 人到 A 市工作, 丙丁中一人到 A 市工作, 其余 2 人到另外两个地方工作, 安排种数有  
 $C_2^1 C_2^1 A_2^2 = 8$  种; 若安排甲乙 2 人都到 A 市工作, 其余丙丁 2 人到另外两个地方工作, 安排种数有  $A_2^2 = 2$  种,  
 故总共有 22 种.

7.C【解析】 $\because S_n = a_{n+1} - 2, \therefore$ 令  $n=1$  可得:  $a_1 = a_2 - 2, \because 3a_2 = a_1 + 8,$  解得:  $a_1 = 1, a_2 = 3$

$\because S_n = a_{n+1} - 2$  ①,  $\therefore S_{n-1} = a_n - 2 (n \geq 2)$  ②, 由 ①—② 可得:  $a_{n+1} = 2a_n (n \geq 2),$

$\because a_1 = 1, a_2 = 3, \therefore a_2 \neq 2a_1$

$$\therefore a_n = \begin{cases} 1, n=1 \\ 3 \times 2^{n-2}, n \geq 2 \end{cases}, \therefore S_{2022} = a_1 + (a_2 + a_3 + \cdots + a_{2022}) = 1 + \frac{3 \times (1 - 2^{2021})}{1 - 2} = 3 \times 2^{2021} - 2.$$

8.B【解析】由抛物线对称性可知, 不妨令  $A, B$  均在  $x$  轴上方, 令  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

由  $\overrightarrow{HA} = 3\overrightarrow{HB}$  可得:  $y_1 = 3y_2,$

设直线  $HA$  的方程为:  $x = my - 1,$  与  $y^2 = 4x$  联立可得:  $y^2 - 4my + 4 = 0, \therefore y_1 y_2 = 4$

解得  $y_1 = 2\sqrt{3},$  代入  $y^2 = 4x$  可得:  $x_1 = 3, \therefore |\overrightarrow{FA}| = x_1 + 1 = 4.$

9.ACD【解析】相关系数  $0 < r < 1,$  表示变量  $x, y$  之间具有正相关关系, 所以 A 正确; 相关系数  $r$  的绝对

值越接近 1, 说明相关性越强, 所以 B 错误; 残差是指实际值 - 估计值, 所以 C 正确;  $R^2$  越大, 说明残差的平方和越小, 即模型的拟合效果越好, 所以 D 正确. 故选 ACD.

10. BD 【解析】根据函数  $f(x) = A \sin(\omega x - \varphi)$ , ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象, 可得  $A = 2$ ,

再根据  $f(0) = -2 \sin \varphi = 1$ ,  $\therefore \sin \varphi = -\frac{1}{2}$ ,  $\therefore \varphi = -\frac{\pi}{6}$ ,  $f(x) = 2 \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ .

$T = \frac{2\pi}{\omega} > \frac{11}{12}\pi \therefore \omega < \frac{24}{11}$ , 又  $\omega \times \frac{11\pi}{12} + \frac{\pi}{6} = 2k\pi, k \in Z$ ,  $\therefore \omega = 2$ , 故  $f(x) = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ .

要使  $g(x) = f(x-a)$  为奇函数, 则  $f(x)$  的图象关于  $(-a, 0)$  对称,

令  $-2a + \frac{\pi}{6} = k\pi$ ,  $k \in Z$ , 求得  $-a = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{12}$ , 故选: BD.

11. ACD 【解析】由  $a_{n+1} + a_{n-1} = 2a_n - 2$ , 整理得  $a_{n+1} - a_n - (a_n - a_{n-1}) = -2$ ,  $\therefore \{a_n - a_{n-1}\}$  是公差为  $-2$  的等差数列, 首项  $a_2 - a_1 = 9$ ,  $\therefore a_n - a_{n-1} = 13 - 2n$  ( $n \geq 2$ ), 由此可得  $a_{n-1} - a_{n-2} = 15 - 2n, \dots, a_3 - a_2 = 7, a_2 - a_1 = 9$ , 累加, 得  $a_n = -n^2 + 12n - 32 = (n-8)(4-n) = -(n-6)^2 + 4$ , 由此可得,  $\frac{a_n}{n-8} = 4-n$ ,  $\therefore \left\{ \frac{a_n}{n-8} \right\}$  是等差数列. 故 A 正确;  $a_6$  是数列  $\{a_n\}$  的最大项, 故 C 正确; B 不正确; 对于两个正整数  $m, n$  ( $n > m$ ),

$S_n - S_m = a_{m+1} + a_{m+2} + \dots + a_n$ , 由  $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 = 0, 0 < a_5 < a_6, a_6 > a_7 > a_8 = 0, 0 > a_9 > a_{10} \dots$ ,

故  $S_n - S_m$  的最大值为 10, 故 D 正确. 故选: ACD.

12. ABD 【解析】A 选项: 当  $m = 0$  时, 显然  $e^x > \ln x \therefore f(x) > 0$ ,  $\therefore f(x) < 0$  无解.

B 选项:  $m = 3$  时,  $f(x) = e^x - \ln(x+3)$ , 定义域为  $(-3, +\infty)$ , 所以  $f'(x) = e^x - \frac{1}{x+3}$ ,

易知  $f'(x)$  在定义域  $(-3, +\infty)$  上是单调递增函数,

又  $f'(-1) < 0$ ,  $f'(-\frac{1}{2}) > 0$ ,

所以  $f'(x) = 0$  在  $(-3, +\infty)$  上有唯一的实根, 不妨将其设为  $x_0$ , 且  $x_0 \in (-1, -\frac{1}{2})$ ,

则  $x = x_0$  为  $f(x)$  的最小值点, 且  $f'(x_0) = 0$ , 即  $e^{x_0} = \frac{1}{x_0+3}$ , 两边取以  $e$  为底的对数, 得  $x_0 = -\ln(x_0+3)$

故  $f(x) \geq f(x_0) = e^{x_0} - \ln(x_0+3) = \frac{1}{x_0+3} - \ln(x_0+3) = \frac{1}{x_0+3} + x_0$ , 因为  $x_0 \in (-1, -\frac{1}{2})$ , 所以  $2 < x_0+3 < \frac{5}{2}$ ,

故  $f(x) \geq f(x_0) = \frac{1}{x_0+3} + (x_0+3) - 3 > 2 + \frac{1}{2} - 3 = -\frac{1}{2}$ , 即对  $\forall x \in (-3, +\infty)$ , 都有  $f(x) > -\frac{1}{2}$ .

C 选项: 当  $m = 3$  时, 由上述可知,  $f(x) = -1$  无解.

D 选项:  $m = 2$  时,  $f'(x) = e^x - \frac{1}{x+2}$ ,  $\therefore f'(-1) < 0$ ,  $f'(0) > 0$ ,

故  $f'(x) = 0$  在  $(-2, +\infty)$  上有唯一实数根  $x_0$ , 且  $x_0 \in (-1, 0)$ .

当  $x \in (-2, x_0)$  时,  $f'(x) < 0$ , 当  $x \in (x_0, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ , 从而当  $x = x_0$  时,  $f(x)$  取得最小值  $f(x_0)$ ,

$$f(x_0) = e^{x_0} - \ln(x_0 + 2) = \frac{(x_0 + 1)^2}{x_0 + 2} > 0, \therefore f(x) > 0, \text{ 故选: ABD.}$$

13.1 【解析】  $T_{k+1} = C_6^k \left(\frac{1}{x^2}\right)^{6-k} (-x^{-1})^k = (-1)^k C_6^k x^{\frac{3-k}{2}}$ , 令  $3 - \frac{3}{2}k = 3$ , 解得  $k = 0$ , 所以  $x^3$  的系数为 1,

故答案为: 1.

14.  $7 + 2\sqrt{6}$

15.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$  【解析】由题意, 可得  $BD \perp AD, CD \perp AD, \therefore \angle BDC$  为二面角  $B-AD-C$  的平面角, 即

$$\angle BDC = \frac{2\pi}{3}. \text{ 在 } \triangle BCD \text{ 中, } BD = CD = \sqrt{2}, \angle BDC = \frac{2\pi}{3},$$

由余弦定理, 可得  $BC = \sqrt{BD^2 + CD^2 - 2BD \cdot CD \cos \angle BDC} = \sqrt{6}$ .

又由  $BD \perp AD, CD \perp AD, BD \cap CD = D$  且  $BD, CD \subset$  平面  $BCD$ , 所以  $AD \perp$  平面  $BCD$ .

设  $\triangle BCD$  外接圆的半径为  $r$ , 圆心为  $O_1$ , 则  $2r = \frac{BC}{\sin \angle BDC} = 2\sqrt{2}$ , 可得  $r = \sqrt{2}$ , 即  $DO_1 = \sqrt{2}$ ,

设三棱锥  $A-BCD$  的外接球的半径为  $R$ , 球心为  $O$ , 可得  $R^2 = DO_1^2 + OO_1^2 = DO_1^2 + \left(\frac{AD}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$ , 即

$$R = \frac{\sqrt{10}}{2}. \text{ 球 } O \text{ 的半径为 } R = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

16.  $\left[\frac{1}{4}, 4\right]$  【解析】当  $x \in [-1, 1)$  时,  $f(x) \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ ,  $\therefore f(x) = 2f(x-2)$ , 即  $f(x)$  图象每往右平移 2

个单位, 则纵坐标伸长为原来的 2 倍,  $\therefore$  当  $a \in [3, 5)$  时,  $f(a) \in [-2, 2] \therefore g(b) \in [-2, 2]$ , 即

$$-2 \leq \log_2 b \leq 2, \therefore b \in \left[\frac{1}{4}, 4\right].$$

17. 【解析】(1)  $f(x) = \sin 2x - \cos 2x - 1 = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$ ,

故  $f(x)$  的最小正周期  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ,  $f(x)$  的值域为  $[-\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} - 1]$  .....5 分

(2)  $f(x) = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$ ,

令  $2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x - \frac{\pi}{4} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in Z$ , 解得  $x \in \left[k\pi - \frac{\pi}{8}, k\pi + \frac{3\pi}{8}\right], k \in Z$  .....8 分

故  $f(x)$  的单调增区间为:  $\left[k\pi - \frac{\pi}{8}, k\pi + \frac{3\pi}{8}\right], k \in Z$  .....10 分

18.【解析】(1) A 影片。.....2分

(2) 该电影院男观众对 B 影片表示“非常喜爱”的概率为： $P = \frac{300}{600} = \frac{1}{2}$ .....4分

该电影院女观众对 B 影片表示“非常喜爱”的概率为： $P = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$ .....6分

(3) ∵女生对 B 影片“非常喜爱”和“一般喜爱”的人数比例为1:2,

∴用分层抽样抽取的 6 人中有 2 人表示非常喜爱, 这 2 人记为:  $A, B$

有 4 人表示一般喜爱, 这 4 人记为:  $a, b, c, d$

∴从 6 人中随机抽取 2 人, 总的基本事件为:  $AB, Aa, Ab, Ac, Ad, Ba, Bb, Bc, Bd, ab, ac, ad,$

$bc, bd, cd$ , 共 15 种: .....8分

两人都来自“一般喜爱”所包含的基本事件为:  $ab, ac, ad, bc, bd, cd$ , 共 6 种, .....10分

∴这两人都来自“一般喜爱”的概率为  $P = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ .....12分

19.【解析】(1) ∵  $A+B+C = \pi$ , ∴  $(b-a)(\sin A + \sin B) = \sin C(a+c)$

即  $(b-a)(a+b) = c(a+c)$ , 即  $\cos B = -\frac{1}{2}$

∵  $B \in (0, \pi)$ , ∴  $B = \frac{2\pi}{3}$ .....4分

(2) 由面积关系可知  $\frac{1}{2}ac \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} \times 2a \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \times 2c \sin \frac{\pi}{3}$

∴  $ac = 2a + 2c$  所以  $1 = \frac{2}{a} + \frac{2}{c}$ ,  $b^2 = a^2 + c^2 + ac$ , .....8分

$a+c = (a+c) \left( \frac{2}{a} + \frac{2}{c} \right) = 4 + \frac{2a}{c} + \frac{2c}{a} \geq 8$ , 当且仅当  $a=c=4$  时等号成立.

$b^2 = a^2 + c^2 + ac = (a+c)^2 - ac = (a+c)^2 - 2(a+c) = (a+c-1)^2 - 1 \geq 48$ ,

当  $a=c=4$  时,  $b^2$  有最小值为 48, 所以  $b$  最小值为  $4\sqrt{3}$ . .....12分

20.【解析】证明:(1) 如图, 取  $BC$  中点  $G$ , 连接  $FG, OG$ ,

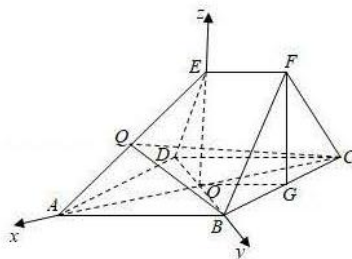
因为  $FB=FC$ , 所以  $FG \perp BC$ ,

又因为平面  $FBC \perp$  平面  $ABCD$ , 平面  $FBC \cap$  平面  $ABCD = BC$ ,

$FG \subset$  平面  $FBC$ , 全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

所以  $FG \perp$  平面  $ABCD$ ,  $O, G$  分别为  $AC, BC$  中点,

所以  $OG \parallel AB$ ,  $OG = \frac{1}{2}AB$ . 因为  $EF = \frac{1}{2}AB$ ,  $EF \parallel AB$ ,



$\therefore EF \parallel OG$

所以四边形  $EFGO$  为平行四边形,

所以  $OE \parallel FG$ , 所以  $OE \perp$  平面  $ABCD$ . .....5 分

(2) 如图, 以  $AC$  所在直线为  $x$  轴,  $BD$  所在直线为  $y$  轴,  $OE$  所在直线为  $z$  轴建立空间坐标系, 设

$$\overrightarrow{OE} = (0, 0, c), (c > 0)$$

$$\therefore A(2\sqrt{3}, 0, 0), B(0, 2, 0), C(-2\sqrt{3}, 0, 0), Q\left(\sqrt{3}, 0, \frac{c}{2}\right) \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$F(-\sqrt{3}, 1, c), \overrightarrow{CF} = (\sqrt{3}, 1, c), \overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{AE} = 0, \therefore c = \sqrt{6}, Q\left(\sqrt{3}, 0, \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$$

设平面  $QBC$  的法向量  $\vec{v} = (x, y, z)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (-2\sqrt{3}, -2, 0)$ ,  $\overrightarrow{BQ} = (\sqrt{3}, -2, \frac{\sqrt{6}}{2})$

$$\text{则} \begin{cases} \vec{v} \cdot \overrightarrow{BQ} = 0 \\ \vec{v} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \end{cases} \quad \text{即} \begin{cases} -2\sqrt{3}x - 2y = 0 \\ \sqrt{3}x - 2y + \frac{\sqrt{6}}{2}z = 0 \end{cases}, \text{ 则 } \vec{v} = (1, -\sqrt{3}, -3\sqrt{2}) \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

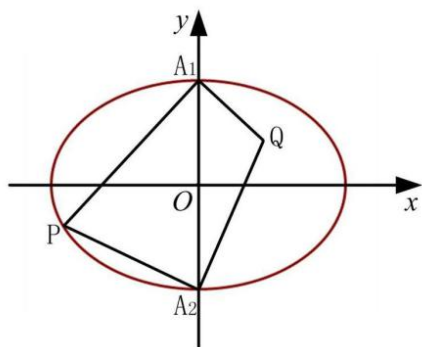
设平面  $ABC$  的法向量  $\vec{n} = (0, 0, 1)$ ,

设二面角  $Q-BC-A$  的平面角为  $\theta$ ,  $\theta$  为锐角,

$$\text{所以 } \cos \theta = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{v}|}{|\vec{n}| |\vec{v}|} = \frac{3\sqrt{11}}{11}. \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{二面角 } Q-BC-A \text{ 的余弦值 } \frac{3\sqrt{11}}{11}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

21. 【解析】



$$(1) \text{ 设点 } P(x_0, y_0), \text{ 显然 } x_0 \neq 0, \therefore \frac{x_0^2}{4} + \frac{y_0^2}{2} = 1 \therefore \frac{x_0^2}{4} = 1 - \frac{y_0^2}{2} = \frac{2 - y_0^2}{2}, \therefore \frac{2 - y_0^2}{x_0^2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore k_1 k_2 = \frac{y_0 - \sqrt{2}}{x_0} \times \frac{y_0 + \sqrt{2}}{x_0} = \frac{y_0^2 - 2}{x_0^2} = -\frac{1}{2}, \text{ 为定值} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 设点  $Q(x, y), x \neq 0$

$$\because QA_1 \perp PA_1, \therefore k_{QA_1} = -\frac{x_0}{y_0 - \sqrt{2}}, \therefore QA_1 \text{ 的方程: } y = -\frac{x_0}{y_0 - \sqrt{2}}x + \sqrt{2} \text{ ①.}$$

$$\because QA_2 \perp PA_2, \therefore k_{QA_2} = -\frac{x_0}{y_0 + \sqrt{2}}, \therefore QA_2 \text{ 的方程: } y = -\frac{x_0}{y_0 + \sqrt{2}}x - \sqrt{2} \text{ ②.} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{由①②联立可得: } x = \frac{y_0^2 - 2}{x_0} = -\frac{x_0}{2},$$

$$\text{代入①可得 } y = -\frac{x_0}{y_0 - \sqrt{2}} \times \frac{y_0^2 - 2}{x_0} + \sqrt{2} = -(y_0 + \sqrt{2}) + \sqrt{2} = -y_0, \text{ 即点 } Q(-\frac{x_0}{2}, -y_0)$$

$$\therefore \begin{cases} x_0 = -2x \\ y_0 = -y \end{cases}, \therefore \text{点 } P(x_0, y_0) \text{ 满足: } \frac{x_0^2}{4} + \frac{y_0^2}{2} = 1,$$

$$\therefore \text{代入可得 } \frac{y^2}{2} + x^2 = 1, \therefore \text{点 } Q \text{ 的轨迹方程为: } \frac{y^2}{2} + x^2 = 1 (x \neq 0) \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

22. 【解析】(1)  $f'(x) = x + a - \frac{2a^2}{x} = \frac{(x-a)(x+2a)}{x}, (x > 0)$

①若  $a = 0$ , 则  $f'(x) > 0$ ,  $\therefore f(x)$  在  $(0, +\infty)$  单调递增;

②若  $a > 0$ , 则  $x \in (0, a)$  时,  $f'(x) < 0$ ,  $x \in (a, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ ,

$\therefore f(x)$  在  $(0, a)$  单调递减, 在  $(a, +\infty)$  单调递增;

③若  $a < 0$ , 则  $x \in (0, -2a)$  时,  $f'(x) < 0$ ,  $x \in (-2a, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ ,

$\therefore f(x)$  在  $(0, -2a)$  单调递减, 在  $(-2a, +\infty)$  单调递增.....4 分

(2) 由 (1) 知  $a > 0$  时,  $f(x)$  在  $(0, a)$  单调递减, 在  $(a, +\infty)$  单调递增.

$$\because x \rightarrow 0^+, f(x) \rightarrow +\infty, x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty, \therefore f(a) = 2a^2(\frac{3}{4} - \ln a) < 0, \text{ 即 } a > e^{\frac{3}{4}}$$

$$\text{要证 } f'(\frac{x_1 + x_2}{2}) > 0 \text{ 成立, 只需要证明: } \frac{x_1 + x_2}{2} > a, \text{ 即证: } x_1 + x_2 > 2a, \text{ 即证: } x_2 > 2a - x_1 \dots\dots 6 \text{ 分}$$

不妨令  $x_1 < x_2$ , 则  $0 < x_1 < a < x_2$ ,  $\therefore a < 2a - x_1 < 2a$ ,  $\therefore f(x)$  在  $(a, +\infty)$  单调递增,

$$\therefore \text{即证: } f(x_1) = f(x_2) > f(2a - x_1) \text{. 即证: } f(x_1) - f(2a - x_1) > 0$$

$$\text{令 } h(x) = f(x) - f(2a - x), 0 < x < a, \therefore \text{即证: } h(x) > 0, 0 < x < a \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$h'(x) = 4a - \frac{4a^3}{x(2a-x)}$$

$$\because 0 < x < a, \therefore 0 < x(2a-x) < a^2, \therefore \frac{4a^3}{x(2a-x)} > 4a, \therefore h'(x) < 0$$

$\therefore h(x)$  在  $(0, a)$  单调递减,  $\therefore h(x) > h(a) = f(a) - f(2a-a) = 0$ , 得证.

$$\therefore f'\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) > 0 \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 ([网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线