

2023 年普通高中学业水平考试信息模拟卷(六)

数 学

时量:90 分钟

满分:100 分

一、选择题:本大题共 18 小题,每小题 3 分,满分 54 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{1, 2\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
A. $\{1, 2\}$ B. $\{-1, -2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{0, -1, -2\}$
2. 已知 $|a| = 1$, $|b| = \sqrt{2}$, 且 $a \perp b$, 则 $a \cdot b =$ ()
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 0
3. 已知复数 z 满足 $(z-1)i = 1+i$, 则 $z =$ ()
A. $-2-i$ B. $-2+i$ C. $2-i$ D. $2+i$
4. 下列说法正确的是 ()
A. 在某次抽奖活动中, 中奖的概率为 0.5, 则 10 人中必有 5 个人中奖
B. 某种病的治愈率为 0.5, 10 个病人来看病, 前 5 个人没有被治愈, 则后面的 5 个人一定能被治愈
C. 掷一枚骰子 60 次, 点数 1 朝上的情况可能出现 10 次
D. 抛 100 次硬币, 一定出现 50 次数字朝上
5. 函数 $f(x) = x^2 - 3$ 的单调递增区间是 ()
A. $(-\infty, -3]$ B. $[0, +\infty)$ C. $[-3, 3]$ D. $[3, +\infty)$
6. 已知 $\triangle ABC$ 所在平面内存在一点 O , 且 $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}|$, 则点 O 是 $\triangle ABC$ 的 ()
A. 内心 B. 外心 C. 重心 D. 垂心
7. 800° 是以下哪个象限的角 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
8. 当 $x > 0$ 时, $2x + \frac{2}{x}$ 的最小值是 ()
A. 2 B. 4 C. 8 D. $2\sqrt{2}$
9. 若 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, 且 α 为第二象限角, 则 $\tan \alpha =$ ()
A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

10. 已知集合 $P=\{x|x \text{ 是三角形}\}$, $Q=\{x|x \text{ 是钝角三角形}\}$, 则 $\complement_P Q=$ ()

- A. $\{x|x \text{ 是锐角三角形}\}$ B. $\{x|x \text{ 是锐角三角形或直角三角形}\}$
C. P D. Q

11. 已知 $p:A \cap B = \emptyset$, $q:A$ 与 B 之一为空集, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

12. 一个样本容量为 n 的样本, 已知某组的频率为 0.25, 频数为 5, 则 $n=$ ()

- A. 20 B. 30 C. 40 D. 50

13. 不等式 $x^2 - 2x - 3 > 0$ 的解集是 ()

- A. $\{x|-1 < x < 3\}$ B. $\{x|-3 < x < 1\}$
C. $\{x|x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$ D. $\{x|x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$

14. $\sin 72^\circ \sin 48^\circ - \sin 18^\circ \sin 42^\circ =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

15. 若函数 $f(x) = x^2 - 6x - 7$, 则它在 $x \in [-2, 4]$ 上的最大值、最小值分别是 ()

- A. 9, -15 B. 12, -15 C. 9, -16 D. 9, -12

16. 若 $\log_x \frac{1}{27} = -3$, 则 $x=$ ()

- A. 81 B. $\frac{1}{81}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

17. 有下列四个式子:

- ① $\sqrt[3]{(-8)^3} = -8$; ② $\sqrt{(-10)^2} = -10$; ③ $\sqrt[4]{(3-\pi)^4} = 3-\pi$; ④ $\sqrt[2022]{(a-b)^{2022}} = a-b$.

其中正确的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

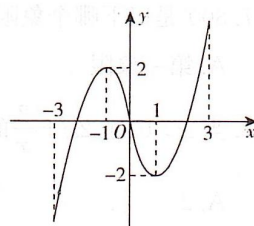
18. 已知定义在 $[-3, 3]$ 上的函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示, 下述四个结论:

- ① 函数 $y=f(x)$ 的值域为 $[-2, 2]$;
② 函数 $y=f(x)$ 的单调递减区间为 $[-1, 1]$;
③ 函数 $y=f(x)$ 仅有两个零点;
④ 存在实数 a 满足 $f(a) + f(-a) = 0$.

其中所有正确结论的编号是

()

- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ②④



二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.

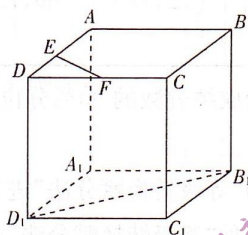
19. 函数 $f(x) = (x+5)(x-2)(x+2)$ 有 _____ 个零点.

20. 天气预报说,在今后的三天中,每一天下雨的概率均为 40%. 某部门通过设计模拟实验的方法研究这三天中恰有两天下雨的概率,先利用计算器产生 0 到 9 之间取整数值的随机数,用 1,2,3,4 表示下雨,其余 6 个数字表示不下雨,产生了 20 组随机数:

907	966	191	925	271	932	812	458	569	683
431	257	393	027	556	488	730	113	537	989

则这三天中恰有两天下雨的概率约为_____.

21. 在如图所示的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 E, F 分别为边 AD, CD 的中点,则异面直线 EF 与 B_1D_1 的夹角为_____.



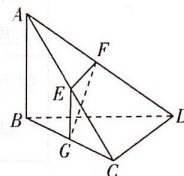
22. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $A=150^\circ, AC=3, AB=5$,则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

三、解答题:本大题共 3 小题,共 30 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

23. (本小题满分 10 分)

如图所示,在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB \perp$ 平面 $BCD, BC \perp CD, E, F, G$ 分别是 AC, AD, BC 的中点,求证:

- (1) $AB \parallel$ 平面 EFG ;
- (2) $CA \perp CD$;
- (3) 平面 $EFG \perp$ 平面 ABC .



24. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 0, \\ 2(x-1)^2 + m, & x \geq 0. \end{cases}$

- (1) 若 $m = -1$,求 $f(0)$ 和 $f(1)$ 的值,并判断函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 内是否有零点;
- (2) 若函数 $f(x)$ 的值域为 $[-2, +\infty)$,求实数 m 的值.

25. (本小题满分 10 分)

一次高三高考适应性测试,化学、地理两选考科目考生的原始分数分布如下:

等级	A	B	C	D	E
比例	约 15%	约 35%	约 35%	约 13%	约 2%
化学学科各等级对应的原始分区间	[90,100]	[77,90)	[69,77)	[66,69)	[63,66)
地理学科各等级对应的原始分区间	[79,98]	[72,79)	[66,72)	[63,66)	[60,63)

(1)分别求化学、地理两学科原始成绩分数的 90%分位数 X_1, X_2 的估计值(结果四舍五入取整数);

(2)按照“3+1+2”新高考方案的“等级转换赋分法”进行等级赋分转换,求(1)中的 X_1, X_2 估计值对应的等级分,并对这种“等级转换赋分法”进行评价.

附:“3+1+2”新高考方案的“等级转换赋分法”

(一)等级转换的等级人数占比与各等级的转换赋分区间

等级	A	B	C	D	E
原始分从高到低排序的等级人数占比	约 15%	约 35%	约 35%	约 13%	约 2%
转换分 T 的赋分区间	[86,100]	[71,85]	[56,70]	[41,55]	[30,40]

(二)计算等级转换分 T 的等比例转换赋分公式: $\frac{Y_2 - Y}{Y - Y_1} = \frac{T_2 - T}{T - T_1}$, 其中 Y_1, Y_2 分别表示原始分 Y 对应等级的原始分区间下限和上限; T_1, T_2 分别表示原始分对应等级的转换分赋分区间下限和上限(T 的计算结果四舍五入取整数).

