

机密★启用前

华大新高考联盟 2018 届高三 4 月教学质量测评

文科数学

命题：华中师范大学考试研究院

成绩查询网址：huada.onlyets.com 微信公众号成绩查询关注：ccnu-testing

本试题卷共 4 页，23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后，请将答题卡上交。

第 I 卷

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是满足题目要求的。

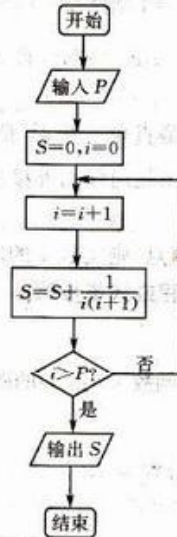
1. 设集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | x^2 < 4\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为
A. 6 B. 5 C. 3 D. 2
2. 设 i 为虚数单位, $z = 2 + \frac{2i}{1-i}$, 则复数 z 的模 $|z|$ 为
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{10}$
3. 已知双曲线 $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{4} = 1 (m > 0)$ 的渐近线为 $y = \pm \frac{2}{3}x$, 则 m 等于
A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{8}{3}$ C. 6 D. 9
4. 为了弘扬我国优秀传统文化, 某中学广播站在中国传统节日: 春节, 元宵节, 清明节, 端午节, 中秋节五个节日中随机选取两个节日来讲解其文化内涵, 那么春节和端午节至少有一个被选中的概率是
A. 0.3 B. 0.4 C. 0.6 D. 0.7
5. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x-2y+1 \geq 0, \\ y \geq x, \\ x \geq 0, \end{cases}$ 则 $x^2 + y^2$ 的取值范围是
A. $[\frac{1}{4}, 2]$ B. $[0, 2]$ C. $[\frac{1}{2}, \sqrt{2}]$ D. $[0, \sqrt{2}]$

文科数学试题 第 1 页(共 4 页)

6. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{mx+1}, & x \geq 0, \\ -x - \frac{1}{x}, & x < 0, \end{cases}$ 则“ $m > 1$ ”是“ $f[f(-1)] > 4$ ”的

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分又不必要条件

7. 阅读如图所示的程序框图, 如果输入 $P=10$, 则输出的结果为



- A. $\frac{9}{10}$ B. $\frac{10}{11}$ C. $\frac{11}{12}$ D. $\frac{12}{13}$

8. 若 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) = -\frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 等于

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

9. 已知 $f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(x+2) = f(x)$, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 2^x + 1$, 记 $a = f(\log_{0.5} 6)$, $b = f(\log_2 7)$, $c = f(8)$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
C. $c < b < a$ D. $c < a < b$

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 若 $\frac{S_{4n}}{S_{2n}}$ 是一个与 n 无关的常数, 则该常数构成的集合为

- A. $\{2\}$ B. $\{4\}$ C. $\{2, 4\}$ D. $\{1, 2, 4\}$

11. 对 $\forall x \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right)$, $\frac{x}{\sin x} \in (m, n) (m < n)$, 则 $n - m$ 的最小值为

- A. $\frac{\pi-2}{2}$ B. $\frac{5\pi-3}{3}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

12. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦点为 F_1, F_2 , P 是椭圆上一点, 且 $\angle F_1 P F_2 = \frac{\pi}{3}$, 若 $\triangle F_1 P F_2$ 的外接圆和内切圆的半径分别为 R, r , 当 $R = 4r$ 时, 椭圆的离心率为

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{5}$

第 II 卷

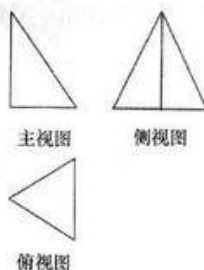
本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22 题~23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知向量 a 与 b 夹角为 $\frac{2\pi}{3}$, $|a|=|b|=1$, 则 $|3a+b| =$ _____.

14. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_3 a_{11} = 2a_5^2$, 且 $S_4 + S_{12} = \lambda S_8$, 则 $\lambda =$ _____.

15. 某几何体的三视图如图所示,主视图是直角三角形,侧视图是等腰三角形,俯视图是边长为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形,若该几何体的外接球的体积为 36π , 则该几何体的体积为 _____.



16. 若函数 $f(x) = ax^2 + x \ln x$ 有两个极值点, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题:解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

已知函数 $g(x) = 4\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cos x$, 将函数 $y = g(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到 $y = f(x)$ 的图象.

(1) 求函数 $g(x)$ 的最小正周期;

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b = 3$, 且 $f(B) = -3$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

18. (本小题满分 12 分)

在甲地, 随着人民生活水平的不断提高, 进入电影院看电影逐渐成为老百姓的一种娱乐方式, 我们把习惯进入电影院看电影的人简称为“有习惯”的人, 否则称为“无习惯”的人, 某电影院在甲地随机调查了 100 位年龄在 15 岁到 75 岁的市民, 他们的年龄的频数分布和“有习惯”的人数如下表:

年龄(岁)	[15, 25)	[25, 35)	[35, 45)	[45, 55)	[55, 65)	[65, 75]
调查人数	10	20	30	20	10	10
“有习惯”的人数	10	19	23	13	4	1

(1) 以年龄 45 岁为分界点, 请根据 100 个样本数据完成下面 2×2 列联表, 并判断是否有 99.9% 的把握认为“有习惯”的人与年龄有关;

	小于 45 岁	不小于 45 岁	合计
“有习惯”的人数			
“无习惯”的人数			
合计			100

(2) 已知甲地从 15 岁到 75 岁的市民大约有 11 万人, 以频率估计概率, 若每张电影票定价为 x 元 ($20 \leq x \leq 50$), 则在“有习惯”的人中约有 $\frac{m}{x-10} \times 100\%$ 的人会买票看电影 (m 为常数). 已知票价定为 30 元的某电影, 票房达到了 69.3 万元. 某新影片要上映, 电影院若将电影票定价为 25 元, 那么该影片票房估计能达到多少万元?

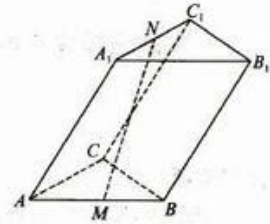
参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

参考临界值

$P(K^2 \geq k_0)$	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图所示,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,底面 ABC 为等边三角形, $AB=2$, $\angle A_1AB = \angle A_1AC = 60^\circ$, M, N 分别为 AB, A_1C_1 的中点.



(1)证明: $MN \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2)若 $MN = \sqrt{17}$, 求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧面积.

20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , $\triangle ABC$ 的三个顶点都在抛物线上, 且 $\vec{FB} + \vec{FC} = \vec{FA}$.

(1)证明: B, C 两点的纵坐标之积为定值;

(2)设 $\lambda = \vec{AB} \cdot \vec{AC}$, 求 λ 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = x - \frac{ae^x}{x}$, $a \in \mathbf{R}$ 且 $a \neq 0$, e 为自然对数的底数.

(1)求函数 $y = \frac{f(x)}{x}$ 的单调区间;

(2)若 $a = \frac{1}{e}$, 当 $0 < x_1 < x_2$ 时, 不等式 $f(x_1) - f(x_2) > \frac{m(x_2 - x_1)}{x_1 x_2}$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

请考生在 第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多选, 则按所做的第一题计分, 作答时请写清题号.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

已知曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 点 P 在 C_1 上, 在以直角坐标系的原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 - 4\rho\sin\theta + 3 = 0$, 点 Q 在 C_2 上.

(1)求曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2)求 $|PQ|$ 的最大值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = \left| \frac{1}{a}x - 2 \right|$ ($a \in \mathbf{R}$ 且 $a \neq 0$).

(1)证明: $f(a^2) + f(a + a^2) \geq 1$;

(2)若关于 x 的不等式 $f(x) \leq 3$ 的解集为 A , 且 $A \subseteq [-2, 10]$, 求实数 a 的取值范围.