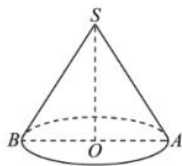


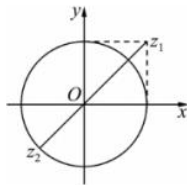
2022—2023 学年度高一下学期 5 月联考

数学参考答案及评分意见

- 1.B 【解析】由图可知, $\overrightarrow{OZ} = (1, -1)$, 所以 z 在复平面内所对应的点为 $(1, -1)$, 则 $z = 1 - i$. 故选 B.
- 2.C 【解析】对于 A 选项, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, A 错误; 对于 B 选项, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$, B 错误; 对于 C 选项, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$, C 正确; 对于 D 选项, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AD}$, D 错误. 故选 C.
- 3.A 【解析】根据直观图的画法可知, 在原几何图形中, $OABC$ 为平行四边形, 且有 $OB \perp OA$, $OB = 2\sqrt{2}$, $OA = 1$, 所以 $AB = 3$. 所以原图的周长为 8. 故选 A.
- 4.A 【解析】因为圆锥的轴截面是边长为 2 的正三角形, 所以圆锥的底面半径为 1, 且圆锥的高 $SO = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$, 故体积为 $\frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi$. 故选 A.



- 5.D 【解析】由题意可得, z_2 对应的点在以原点为圆心, 以 1 为半径的圆上, z_1 对应的点为 $(1, 1)$, 如图所示, 则 $|z_1 - z_2|_{\max} = \sqrt{2} + 1$. 故选 D.

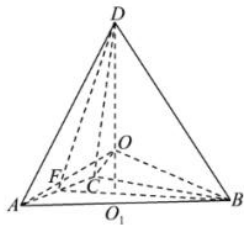


- 6.B 【解析】因为 $b = \sqrt{2}c$, $a = \sqrt{10}$, 由余弦定理可得, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, 即 $10 = 2c^2 + c^2 + 2\sqrt{2}c^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\therefore c^2 = 2$, 即 $c = \sqrt{2}$, $b =$

2 , $\therefore \triangle ABC$ 的面积为: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$. 故选 B.

- 7.C 【解析】设 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为 θ , 当 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| < |\overrightarrow{BC}|$ 时, $\because \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$, $\therefore |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| < |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\therefore \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < 0$, 即 $|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos \theta < 0$, 所以 $\cos \theta < 0$, 因为点 A, B, C 不共线, 所以 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为钝角; 当 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为钝角时, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos \theta < 0$, 所以 $|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 + 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, 所以 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| < |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}|$, 即 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| < |\overrightarrow{BC}|$. 所以“ $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| < |\overrightarrow{BC}|$ ”是“ $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为钝角”的充分必要条件. 故选 C.

- 8.C 【解析】如图, 正四面体 ABCD, 其内切球 O 与底面 ABC 切于 O_1 , 设正四面体棱长为 a , 内切球半径为 r , 连接 BO_1 并延长, 交 AC 于 F, 易知 O_1 为 $\triangle ABC$ 的中心, 点 F 为边 AC 的中点.



易得: $BF = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, 则 $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, $BO_1 = \frac{2}{3}BF = \frac{\sqrt{3}}{3}a$, $\therefore DO_1 = \sqrt{BD^2 - BO_1^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$, $\therefore V_{D-ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot DO_1 = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$,

$\because V_{D-ABC} = V_{O-ABC} + V_{O-BCD} + V_{O-ABD} + V_{O-ACD} = 4V_{O-ABC} = 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \cdot r = \frac{\sqrt{3}}{3}a^2r$, $\therefore \frac{\sqrt{3}}{3}a^2r = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 \Rightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{12}a$, $\therefore$ 球 O 的体积

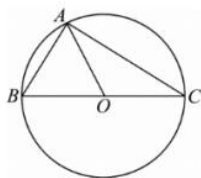


$$V = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{12}a\right)^3 = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{12} \times 9\right)^3 = \frac{27}{8}\sqrt{6}\pi \approx \frac{27}{8} \times 2.45 \times 3.14 \approx 26. \text{ 故选 C.}$$

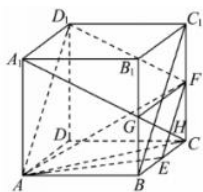
9. ABD 【解析】对于 A, 正方体一定是正四棱柱, 但正四棱柱不一定是正方体, 故 A 错误; 对于 B, 根据圆柱母线的定义可知, 圆柱的母线和它的轴平行, 故 B 错误; 对于 C, 由正棱锥的定义可知, 正棱锥的侧面是全等的等腰三角形, 故 C 正确; 对于 D, 当以斜边为旋转轴时, 会得到两个同底的圆锥组合体, 故 D 错误. 故选 ABD.

10. ACD 【解析】 z_2 的共轭复数为 $1+2i$, 不是 z_1 , 故 A 正确; 因为 $z_1 = 2+i$, $z_2 = 1-2i$, 则 $|z_1| = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$, $|z_2| = \sqrt{1^2+(-2)^2} = \sqrt{5}$, $|z_1| = |z_2|$, 故 B 错误; $z_1 z_2 = (2+i)(1-2i) = 4-3i$, 故 C 正确; $\frac{z_2}{z_1} = \frac{1-2i}{2+i} = \frac{(1-2i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{2-i-4i-2}{5} = -i$ 为纯虚数, 故 D 正确. 故选 ACD.

11. BCD 【解析】对于 A, $\because \vec{a} = (1, 2)$ 与 $\vec{b} = (-3, x)$ 是共线向量, $\therefore \frac{-3}{1} = \frac{x}{2}$, 则 $x = -6$, 故 A 错误; 对于 B, 因为 $(-2) \times 3 - 3 \times 2 = -12 \neq 0$, 所以 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不平行, 可以作为平面内所有向量的基底, 故 B 正确; 对于 C, 如下图, 因为 BC 是圆 O 的直径, 所以 $\angle BAC = 90^\circ$, 因为 $|\vec{AC}| = \sqrt{3} |\vec{AB}|$, 所以 $\tan B = \frac{|\vec{AC}|}{|\vec{AB}|} = \sqrt{3}$, 所以 $\angle B = 60^\circ$, 所以向量 $\vec{BA}$ 在向量 $\vec{BC}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\vec{BO} = \frac{1}{4}\vec{BC}$, 故 C 正确; 对于 D, 因为 $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$, 所以 $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 0$, 则有 $(\vec{e}_1 + \vec{e}_2)^2 = \vec{e}_1^2 + \vec{e}_2^2 + 2\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 2$, 故 D 正确. 故选 BCD.

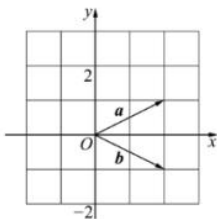


12. BD 【解析】对于 A, 由正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 得 $D_1D \parallel CC_1$, 则 $\angle AFC$ 即为直线 AF 与直线 D_1D 所成的角, 连接 AC , 而 $CC_1 \perp$ 平面 $ABCD$, 所以 $CC_1 \perp AC$, 所以在 $\triangle AFC$ 中, 则 $\angle AFC$ 不可能是直角, 直线 AF 与直线 D_1D 不垂直, 故 A 不正确; 对于 B, 连接 AD_1, D_1F, GF , 则 $A_1G \parallel D_1F, AD_1 \parallel BC_1 \parallel EF$, 所以 $AD_1 \subset$ 平面 AEF , 因为 $A_1G \subset$ 平面 $AEF, D_1F \subset$ 平面 AEF , 所以 $A_1G \parallel$ 平面 AEF , 故 B 正确; 对于 C, 若点 C 与点 G 到平面 AEF 的距离相等, 则平面 AEF 必过 CG 的中点, 连接 CG 交 EF 于 H , 显然 H 不是 CG 的中点, 则平面 AEF 不过 CG 的中点, 即点 C 与点 G 到平面 AEF 的距离不相等, C 不正确; 对于 D, 因为 $AD_1 \parallel EF, AE = D_1F$, 所以等腰梯形 $AEFD_1$ 即为平面 AEF 截正方体所得的截面, 则 $AD_1 = 2\sqrt{2}, EF = \sqrt{2}, AE = D_1F = \sqrt{5}, AD_1, EF$ 之间的距离为 $\sqrt{AE^2 - \left(\frac{AD_1 - EF}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, 则等腰梯形 $AEFD_1$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + \sqrt{2}) \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9}{2}$, 故 D 正确. 故选 BD.



13. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ 【解析】 $\frac{i}{i-1} = \frac{-i}{1-i} = \frac{-i(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1-i}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. 故答案为 $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

14. 2 【解析】建立如图所示的平面直角坐标系, 则 $\vec{a} = (2, 1), \vec{b} = (2, -1)$, 则 $\vec{a} - \vec{b} = (0, 2)$, 则 $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 2 \times 0 + 1 \times 2 = 2$. 故答案为 2.



15. ② 【解析】①: 正方体上下底面对角线互相垂直, 但是 $\alpha \parallel \beta$, 故①错; ②: $\alpha \parallel \beta, m \perp \alpha \Rightarrow m \perp \beta$, 由 $n \parallel \beta$, 根据直线与平面平行的性质, 过直线 n 的平面与平面 β 的交线 n' 与 n 平行, $m \perp n'$, 故 $m \perp n$, ②正确; ③: $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha \Rightarrow m \parallel \beta$ 或 $m \subset \beta$, 由 $n \parallel \beta$, 则 m, n 两直线位置关系不能确定, 故③错; ④: $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = m, n \perp m$, 如果 n 不在平面 α 内, 则不能确定 n 与 β 的关系, 故④错. 故答案为②.

16. 600 【解析】由题意可知 $\angle MAD = 45^\circ$, 则 $AM = \sqrt{2}MD = 400\sqrt{2}$, 又 $\angle CAB = 60^\circ, \angle AMC = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$, 所以 $\angle MAC = 180^\circ -$



$60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$, $\angle ACM = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$, 在 $\triangle MAC$ 中, 由正弦定理得 $\frac{AC}{\sin \angle AMC} = \frac{AM}{\sin \angle ACM}$, 即 $\frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{400\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}$, 所以 $AC = \frac{400\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 400\sqrt{3}$, 则 $BC = AC \cdot \sin 60^\circ = 400\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 600$, 即山的高度为 600 m, 故答案为 600.

17. 解: (1) 复数 $z_1 = i - a$, 则 $z_1^2 = (-a + i)^2 = (a^2 - 1) - 2ai = -2i$,

又 a 是实数,

因此 $\begin{cases} a^2 - 1 = 0, \\ -2a = -2, \end{cases}$ 解得 $a = 1$.

所以实数 a 的值是 1. 4 分

(2) 复数 $z_1 = i - a$, $z_2 = 1 - i$, $a \in \mathbf{R}$, 则 $\frac{z_1}{z_2} = \frac{-a + i}{1 - i} = \frac{(-a + i)(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)} = \frac{(-a - 1) + (1 - a)i}{2} = \frac{-a - 1}{2} + \frac{1 - a}{2}i$,

因为 $\frac{z_1}{z_2}$ 是纯虚数, 于是 $\begin{cases} \frac{-a - 1}{2} = 0, \\ \frac{1 - a}{2} \neq 0, \end{cases}$ 解得 $a = -1$, 因此 $\frac{z_1}{z_2} = i$ 7 分

又 $i^1 = i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1$,

则 $n \in \mathbf{N}^*$, $i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i, i^{4n+4} = 1$, 即有 $n \in \mathbf{N}^*$, $i^{4n+1} + i^{4n+2} + i^{4n+3} + i^{4n+4} = 0$,

所以 $\frac{z_1}{z_2} + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2023} = 505(i + i^2 + i^3 + i^4) + i + i^2 + i^3 = i - 1 - i = -1$ 10 分

18. 解: (1) 由题意 $BE = EC = 1, DE = AE = 2 \times \sin 60^\circ = \sqrt{3}$, 2 分

根据正三棱柱得 $CC_1 \perp$ 面 ABC , 又 $BC \subset$ 面 ABC , 所以 $CC_1 \perp BC$,

在 $\text{Rt}\triangle ECD$ 中, $CD = \sqrt{DE^2 - EC^2} = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$,

又 D 是 CC_1 的中点, 故侧棱长为 $2\sqrt{2}$ 6 分

(2) 底面积为 $S_1 = 2S_{\triangle ABC} = 2 \times 2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$, 8 分

侧面积为 $S_2 = 3S_{BB_1C_1C} = 3 \times 2 \times 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$, 10 分

所以棱柱表面积为 $S = S_1 + S_2 = 12\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 12 分

19. 解: (1) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = n - m$, 由题意得 $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{4}(n - m)$,

所以 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = m + \frac{1}{4}(n - m) = \frac{3}{4}m + \frac{1}{4}n$ 4 分

(2) 由题意, $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}m - n$ 6 分

$\therefore |n| = 2|m|, \cos \theta = \frac{1}{4}$,

$\therefore m \cdot n = |m| \cdot |n| \cdot \cos \theta = \frac{1}{2}|m|^2$ 9 分

$\therefore \overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{AB} = \left(\frac{1}{2}m - n\right) \cdot m = \frac{1}{2}m^2 - n \cdot m = \frac{1}{2}|m|^2 - \frac{1}{2}|m|^2 = 0$,

$\therefore \overrightarrow{CN} \perp \overrightarrow{AB}$ 12 分

20. (1) 证明: 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中,

$\therefore D_1C_1 \perp C_1C, D_1C_1 \perp B_1C_1, CC_1 \cap B_1C_1 = C_1, CC_1, B_1C_1 \subset$ 平面 BCC_1B_1 ,

$\therefore D_1C_1 \perp$ 平面 $BCC_1B_1, \therefore B_1C \subset$ 平面 $BCC_1B_1, \therefore B_1C \perp D_1C_1$ 2 分

又在长方形 ADD_1A_1 中, $AD = AA_1 = 1, \therefore$ 四边形 ADD_1A_1 是正方形,

故四边形 BCC_1B_1 是正方形, $B_1C \perp BC_1$,

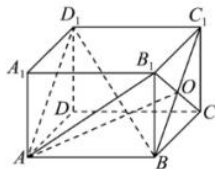


$\because BC_1 \cap C_1D_1 = C_1, BC_1, C_1D_1 \subset \text{平面 } ABC_1D_1,$

$\therefore B_1C \perp \text{平面 } ABC_1D_1.$ 5 分

$\because BD_1 \subset \text{平面 } ABC_1D_1, \therefore B_1C \perp BD_1.$ 6 分

(2)解:记 B_1C 交 BC_1 于点 O , 连接 AO ,



由(1)得 $B_1C \perp \text{平面 } ABC_1D_1,$

所以 AO 为斜线 AB_1 在平面 ABC_1D_1 上的射影,

$\angle B_1AO$ 为 AB_1 与平面 ABC_1D_1 所成的角. 8 分

在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2, AD=AA_1=1,$

在 $\text{Rt}\triangle B_1AO$ 中, $AB_1=\sqrt{5}, B_1O=\frac{1}{2}B_1C=\frac{\sqrt{2}}{2},$

$$\sin \angle B_1AO = \frac{B_1O}{AB_1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$\therefore$ 直线 AB_1 与平面 ABC_1D_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}.$ 12 分

21.解:(1) $\because (a-b+c)(a-b-c)+ab=0,$

$\therefore a^2+b^2-c^2=ab,$ 由余弦定理得, $\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{1}{2},$ 2 分

又 $\because 0 < C < \pi, \therefore C = \frac{\pi}{3}.$ 4 分

(2)由正弦定理得, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4,$

$\therefore a=4\sin A, b=4\sin B,$

$\therefore a+b=4\sin A+4\sin B.$ 6 分

$\because A+B+C=\pi, C=\frac{\pi}{3}, \therefore B=\frac{2\pi}{3}-A,$

则 $a+b=4\sin A+4\sin\left(\frac{2\pi}{3}-A\right)$

$$=4\left(\sin A + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos A + \frac{1}{2}\sin A\right)$$

$$=6\sin A + 2\sqrt{3}\cos A$$

$$=4\sqrt{3}\sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right), \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$\because \triangle ABC$ 为锐角三角形,

$\therefore A \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), B \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \therefore A \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right),$ 10 分

$$\therefore A + \frac{\pi}{6} \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right), \therefore \sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right],$$

$$\therefore 4\sqrt{3}\sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) \in (6, 4\sqrt{3}], \text{ 即 } a+b \in (6, 4\sqrt{3}]. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

22.解:(1)由平面与平面垂直的判定可知,

当 O 落在 AC 上时, 平面 $AD'C \perp$ 平面 $ABC.$ 1 分



证明如下:

$\because O \in AC, AC \subset \text{平面 } AD'C, \therefore O \in \text{平面 } AD'C.$

又 $D' \in \text{平面 } AD'C, \therefore OD' \subset \text{平面 } AD'C,$

$\because D'O \perp \text{平面 } ABC, \therefore \text{平面 } AD'C \perp \text{平面 } ABC. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 直线 OP 与平面 $BD'C$ 平行. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

证明如下:

取 AB 的中点 E , 连接 $OA, BO, OP, PE, OE,$

由 $D'O \perp \text{平面 } ABC, AO, BO \subset \text{平面 } ABC$, 得 $D'O \perp AO, D'O \perp BO.$

在 $\text{Rt}\triangle AD'O$ 和 $\text{Rt}\triangle BD'O$ 中, $D'O = D'O$, 已知 $AD' = BD',$

$\therefore \text{Rt}\triangle AD'O \cong \text{Rt}\triangle BD'O$, 得 $AO = BO.$

$\because E$ 为 AB 的中点, $\therefore OE \perp AB,$

由已知可得 $CB \perp AB$, 且 OE, CB 在同一平面 ABC 内, 则 $OE \parallel BC.$

$\because OE \not\subset \text{平面 } D'BC, BC \subset \text{平面 } D'BC, \therefore OE \parallel \text{平面 } D'BC.$

在 $\triangle AD'B$ 中, $\because P, E$ 分别为 AD', AB 的中点, $\therefore PE \parallel BD',$

$\because PE \not\subset \text{平面 } D'BC, BD' \subset \text{平面 } D'BC, \therefore PE \parallel \text{平面 } D'BC,$

又 $PE \cap OE = E, \therefore \text{平面 } POE \parallel \text{平面 } D'BC.$

而 $PO \subset \text{平面 } D'BC$, 则 $OP \parallel \text{平面 } BD'C. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

(3) 在矩形 $ABCD$ 中, 作 $DN \perp AC$, 分别交 AC, AB 于 $M, N.$

已知 $AB = 2, BC = 1$, 由题意知 $D'M = DM = \frac{2\sqrt{5}}{5}, MN = \frac{\sqrt{5}}{10}.$

沿 AC 将 $\triangle ADC$ 折起成 $\triangle AD'C$ 后, $D'M \perp AC, MN \perp AC.$

又 $D'M \cap MN = M, \therefore AC \perp \text{平面 } MD'N.$

在 $\triangle MD'N$ 中, 作 $D'O \perp MN$, 交 MN 于 $O.$

$\because D'O \subset \text{平面 } MD'N, \therefore AC \perp D'O.$

又 $D'O \perp MN$, 且 $AC \cap MN = M, \therefore D'O \perp \text{平面 } ABC.$

因此, 当 $O \in T$ 时, 满足题意的 O 的集合组成的图形为线段 $MN. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

在 $\text{Rt}\triangle MD'O$ 中, $OD' = \sqrt{D'M^2 - OM^2} = \sqrt{\frac{4}{5} - OM^2}.$

则当 $OM = 0$ 时, OD' 取得最大值, 为 $MD' = \frac{2\sqrt{5}}{5},$

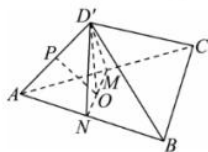
当 $OM = MN = \frac{\sqrt{5}}{10}$ 时, $D'O$ 取得最小值, 为 $D'N = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

三棱锥 $D'-ABC$ 的体积为 $\frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot OD' = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times OD',$

当 O 与 M 重合时, $D'O$ 取得最大值 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, 三棱锥 $D'-ABC$ 的体积取得最大值 $\frac{2\sqrt{5}}{15};$

当 O 与 N 重合时, $D'O$ 取得最小值 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 即三棱锥 $D'-ABC$ 的体积取得最小值 $\frac{\sqrt{3}}{6}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

综上所述, 当 $O \in T$ 时, 三棱锥 $D'-ABC$ 的体积的取值范围是 $\left[\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{2\sqrt{5}}{15}\right].$



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线