贵阳第一中学2022届高考适应性月考卷（一）
文科数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	D	A	B	D	B	A	B	C	D	C

【解析】

1．集合 $A=\{x\,|\,x^2-2x-3\leqslant 0\}=[-1,\ 3]$，$B=\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，所以 $A\cap B=\{2,\ 3\}$，故选C.

2．因为 $z(1+\mathrm{i})=3-\mathrm{i}$，所以 $z=\dfrac{3-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=1-2\mathrm{i}$，故选A.

3．因为 $\vec{a}=(1,\ 2)$，$\vec{b}=(-1,\ 3)$，所以 $m\vec{a}+n\vec{b}=(m-n,\ 2m+3n)$，又因为 $(m\vec{a}+n\vec{b})\perp\vec{b}$，所以 $(m\vec{a}+n\vec{b})\cdot\vec{b}=-(m-n)+3(2m+2n)=0$，化简得 $\dfrac{m}{n}=-2$，故选D.

4．因为 $S_n=\dfrac{3}{2}n^2-\dfrac{17}{2}n$，所以 $a_4=S_4-S_3=2$，故选A.

5．因为 $f(x)=\ln(2x^2-3x+1)$，所以定义域为 $\left(-\infty,\ \dfrac{1}{2}\right)\cup(1,\ +\infty)$，所以由复合函数的单调性知 $f(x)$ 的单调递减区间 $\left(-\infty,\ \dfrac{1}{2}\right)$，故选B.

6．当 $i=1$ 时，$S=2$；当 $i=2$ 时，$S=-3$；当 $i=3$ 时，$S=-\dfrac{1}{2}$；当 $i=4$ 时，$S=\dfrac{1}{3}$；当 $i=5$ 时，$S=2$；所以该程序框图计算结果以4为周期，即 $i=2021$ 输出的 S 与 $i=1$ 时的 S 相等，即输出的 $S=2$，故选D.

7．由表得 $\bar{x}=14$，$\bar{y}=27.6$，所以 $27.6=-8.4\times14+a$，解得 $a=141$，故选B.

8．因为 $a_3=-8$，$a_6=1$，所以 $d=3$，$a_1=-14$，所以 $a_n=3n-17$，所以 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=\dfrac{n(3n-31)}{2}$，所以当 $n=5$ 时，S_n 取得最小值 -40，故选A.

9．圆 C 的圆心坐标为 $(-3,\ 2)$，半径为 $2\sqrt{2}$；因为直线 $mx-ny+3=0$ 截圆所得弦长为 $4\sqrt{2}$，

所以直线 $mx-ny+$

$\frac{1}{3}\left(8+\frac{3m}{n}+\frac{4n}{m}\right)\geqslant\frac{8+4\sqrt{3}}{3}$，经检验，等号可成立，故选 B.

10．$3744_{(8)}=4\times8^0+4\times8^1+7\times8^2+3\times8^3=2020$，故选 C.

11．如图 1，由题意 $PM=\sqrt{3}a$，$\angle PF_2F_1=120°$，所以 $PF_2=2a$，$PF_1=4a$，又因为 $F_1F_2=2c$，所以由余弦定理得 $(4a)^2=(2a)^2+(2c)^2+2a\times2c$，又因为离心率 $e=\frac{c}{a}$，联立化简得 $e^2+e-3=0$，所以 $e=\frac{\sqrt{13}-1}{2}$，故选 D.

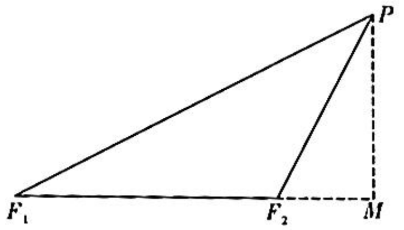


图 1

12．当 $x>0$ 时，$f(x)=x\ln x+\frac{1}{e}$，$f'(x)=\ln x+1$，所以函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\ \frac{1}{e}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{1}{e},\ +\infty\right)$ 上单调递增，结合 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的奇函数，函数 $f(x)$ 的图象如图 2，函数 $F(x)$ 的零点即方程 $f(x)[f(x)+a]=0$ 的根，又因为 $f(x)=0$ 有 3 个根，所以 $f(x)=-a$ 有 2 个根，即满足条件 $-\frac{1}{e}<-a<0$ 或 $0<-a<\frac{1}{e}$，解得 $a\in\left(-\frac{1}{e},\ 0\right)\cup\left(0,\ \frac{1}{e}\right)$，故选 C.

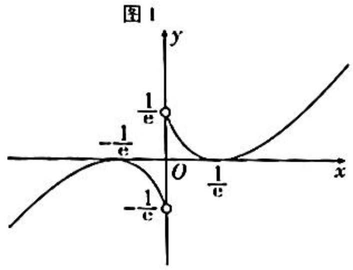


图 2

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$-\frac{1}{3}$	17	34π	$\sqrt{2n+1}-1$

【解析】

13．因为 $\tan\alpha=1$，$\tan\beta=2$，所以 $\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=-\frac{1}{3}$.

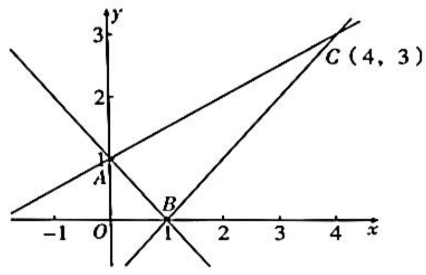
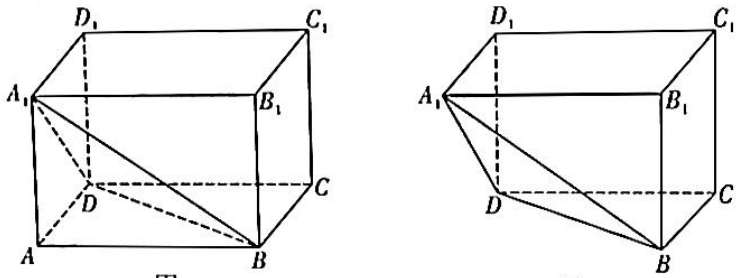


图 3

14．如图 3，不等式组 $\begin{cases}x+y\geqslant1,\\x-y\leqslant1,\\x-2y\geqslant-2\end{cases}$ 表示的可行域为封闭 $\triangle ABC$；所以当 $x=4$，$y=3$ 时，目标函数 $z=2x+3y$ 取得最大值 $z_{max}=2\times4+3\times3=17$.

外接球与长方体的外接球重合，外接球半径 $R=\dfrac{\sqrt{3^2+3^2+4^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{34}}{2}$，所以外接球的表面积 $S=4\pi R^2=34\pi$.



甲　　乙

图 4

16．因为 $a_n+a_{n+1}=\dfrac{2}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}=\sqrt{n+2}-\sqrt{n}$，所以 $S_{2n}=(a_1+a_2)+(a_3+a_4)+\cdots+(a_{2n-1}+a_{2n})$

$=(\sqrt{3}-\sqrt{1})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})+(\sqrt{7}-\sqrt{5})+\cdots+(\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-1})=\sqrt{2n+1}-1$.

三、解答题（共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分 12 分）

解：（1）∵ $(2b-c)\cos A=a\cos C$，

∴由射影定理得：$2b\cos A=c\cos A+a\cos C=b$，

……………………………………………………（3 分）

∴ $\cos A=\dfrac{1}{2}$，……………………………………………………（4 分）

∴ $A=\dfrac{\pi}{3}$.……………………………………………………（5 分）

（2）由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

得 $a^2=b^2+c^2-bc=(b+c)^2-3bc\geqslant\dfrac{(b+c)^2}{4}$.

……………………………………………………（8 分）

又∵ $b+c=2$，∴ $a^2\geqslant 1$，即 $a\geqslant 1$，

当且仅当 $b=c=1$ 时取等号，……………………………………（10 分）

又 $a<b+c=2$，……………………………………………（11 分）

所以△ABC 的周长 $3\leqslant C_{\triangle ABC}<4$，

即△ABC 的周长的取值范围为$[3,4)$．……………………………（12 分）

18.（本小题满分 12 分）

解：（1）由表中数据，男生样本数为 100 人，其中喜欢打乒乓球的有 52 人，

所以该校男生喜欢打乒乓球的概率的估计值为$\dfrac{52}{100}=0.52$.

…………………………………………………（2 分）

同理，该校女生喜欢打乒乓球的概率的估计值为$\dfrac{34}{100}=0.34$，

…………………………………………………（3 分）

又∵该校共有 1800 人，男女比例为 5∶4，

∴该校共有女生$1800\times\dfrac{4}{9}=800$人， …………………………………………（5 分）

∴该校女生喜欢打乒乓球的人数为$800\times0.34=272$人.

…………………………………………………（6 分）

（2）根据表中数据：$a=52$，$b=34$，$c=48$，$d=66$，

可计算K^2的观测值$k=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\dfrac{200\times(52\times66-34\times48)^2}{86\times114\times100\times100}$，

…………………………………………………（8 分）

化简计算可得：$k=\dfrac{5400}{817}\approx6.610$， …………………………………………（10 分）

又∵$6.610<6.635$，

∴不能在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为“中学生喜欢打乒乓球与性别有关”.

…………………………………………………（12 分）

19.（本小题满分 12 分）

（1）证明：∵底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，

∴ $AB\perp AD$，

又∵平面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$，且平面 $PAD\cap$ 底面 $ABCD=AD$， $AB\subset$ 底面 $ABCD$，

∴ $AB\perp$ 平面 PAD，

∴ $AB\perp PD$， $AB\perp AP$， …………………………………………（2 分）

∴$\triangle ABP$ 是直角三角形，

又∵ $PB=\sqrt{6}$， $AB=2$， ∴ $AP=\sqrt{2}$， …………………………………（3 分）

同理，$PD=\sqrt{2}$，

∴在$\triangle PAD$中，$PA^2+PD^2=AD^2$，即$PA\perp PD$，

……………………………………………………（4分）

又∵$AB\cap PA=A$，

∴$PD\perp$平面PAB，……………………………………………（5分）

又∵$PD\subset$平面PCD，

∴平面$PAB\perp$平面PCD. ……………………………………………（6分）

（2）解：法一：如图5，过D作BM的垂线交BM于点N，

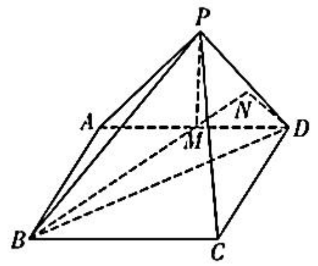


图5

则$BM\perp DN$，

由（1）$PA=PD$得$PM\perp AD$，

又∵平面$PAD\perp$底面$ABCD$，

且平面$PAD\cap$底面$ABCD=AD$，$PM\subset$平面PAD，

∴$PM\perp$平面$ABCD$，……………………………………………（7分）

∴$PM\perp DN$，

又∵$BM\cap PM=M$，

∴$DN\perp$平面PBM，即$|DN|$就是点D到平面PBM的距离，

……………………………………………………（9分）

在$\triangle DBM$中，$S_{\triangle DBM}=\frac{1}{2}\times|DM|\times|AB|=\frac{1}{2}\times|BM|\times|DN|$，

……………………………………………………（10分）

又∵$|DM|=1$，$|AB|=2$，$|BM|=\sqrt{5}$，

∴$|DN|=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. ……………………………………………（12分）

法二：如图6，$V_{三棱锥D-PBM}=V_{三棱锥P-BDM}$，

……………………………………（7分）

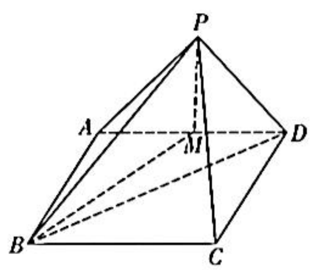


图6

又∵由（1）可得$V_{三棱锥P-BDM}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle BDM}\times|PM|$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times2\times1=\frac{1}{3}$. ……………………………（9分）

设点 D 到平面 PBM 的距离为 d，

则 $S_{\triangle PBM}=\frac{1}{2}\times|BM|\times|PM|=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times1=\frac{\sqrt{5}}{2}$， ……………………………（10 分）

$V_{三棱锥D-PBM}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle PBM}\times d=\frac{\sqrt{5}}{6}d$，

$\therefore \frac{\sqrt{5}}{6}d=\frac{1}{3}$，

解得 $d=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore$ 点 D 到平面 PBM 的距离为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. ………………………………………（12 分）

20．（本小题满分 12 分）

解：（1）$\because f(x)=a\ln x+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}$，

$\therefore f'(x)=\frac{a}{x}-\frac{2}{x^3}-\frac{1}{x^2}=\frac{ax^2-x-2}{x^3}(x>0)$. ……………………………………（2 分）

1° 当 $a\leqslant0$ 时，$f'(x)<0$ 恒成立，函数 $f(x)$ 在 $(0，+\infty)$ 上单调递减；

………………………………………………………（3 分）

2° 当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=0(x>0)$，解得 $x=\frac{1+\sqrt{1+8a}}{2a}$，

…………………………………………………………（4 分）

当 x 变化时，$f'(x)$ 和 $f(x)$ 的变化如下表：

x	$\left(0，\frac{1+\sqrt{1+8a}}{2a}\right)$	$\frac{1+\sqrt{1+8a}}{2a}$	$\left(\frac{1+\sqrt{1+8a}}{2a}，+\infty\right)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	单调递减	极小值	单调递增

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(0，\frac{1+\sqrt{1+8a}}{2a}\right)$ 上单调递减，在区间 $\left(\frac{1+\sqrt{1+8a}}{2a}，+\infty\right)$ 上单调递增.

综上，当 $a\leqslant0$ 时，函数 $f(x)$ 在 $(0，+\infty)$ 上单调递减；

当 $a>0$ 时，函数 $f(x)$ 在区间 $\left(0，\frac{1+\sqrt{1+8a}}{2a}\right)$ 上单调递减，在区间 $\left(\frac{1+\sqrt{1+8a}}{2a}，+\infty\right)$ 上单调递增. ……………………………………………（6 分）

（2）由题意 $g(x)=f(x)-\frac{1}{x^2}=a\ln x+\frac{1}{x}$，

$\therefore g'(x)=\frac{a}{x}-\frac{1}{x^2}=\frac{ax-1}{x^2}(x>0)$. ……………………………………（8 分）

当 $a\leqslant 0$ 时，函数 $g(x)$ 在 $(0,\ +\infty)$ 上单调递减，无最小值；

……………………………………（9 分）

当 $a>0$ 时，函数 $g(x)$ 在 $\left(0,\ \frac{1}{a}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{1}{a},\ +\infty\right)$ 上单调递增，

……………………………………（10 分）

$\therefore g(x)_{\min}=g\left(\frac{1}{a}\right)=a\ln\frac{1}{a}+a=a(1-\ln a)=0$，

解得 $a=\mathrm{e}$，

∴实数 a 的值为 e. ……………………………………（12 分）

21.（本小题满分 12 分）

（1）解：∵过椭圆的右焦点 $F(c,\ 0)$ 有且仅有一条直线与圆 C_2：$x^2+y^2=2$ 相切，

$\therefore F(c,\ 0)$ 在圆 C_2：$x^2+y^2=2$ 的图象上，

即 $c^2=2$. ……………………………………（2 分）

又∵椭圆 C_1 的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，

$\therefore a=\sqrt{3}$，即 $a^2=3$，

$\therefore b^2=a^2-c^2=1$， ……………………………………（4 分）

∴椭圆 C_1 的标准方程为 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$. ……………………………………（5 分）

（2）证明：∵ C_2：$x^2+y^2=2$，曲线 C_2 与 y 轴的正半轴交于点 P，

∴点 P 的坐标为 $(0,\ \sqrt{2})$， ……………………………………（6 分）

设直线 l 的方程为 $y=kx+m(k\neq 0)$，A，B 两点的坐标分别为 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$，

$\because \angle BPO=\angle APO$，

$\therefore k_{AP}+k_{BP}=0$， ……………………………………（7 分）

又∵ $k_{AP}=\frac{y_1-\sqrt{2}}{x_1}$，$k_{BP}=\frac{y_2-\sqrt{2}}{x_2}$，

\化简得：$x_2(y_1-\sqrt{2})+x_1(y_2-\sqrt{2})=0$， ……………………………（8分）

$\because y_1=kx_1+m$， $y_2=kx_2+m$，

入化简得 $2kx_1x_2+(m-\sqrt{2})(x_1+x_2)=0$ （①式）， ……………………………（9分）

立直线 l 和椭圆 C_1 的方程：$\begin{cases}y=kx+m,\\x^2+3y^2=3\end{cases}\Rightarrow(3k^2+1)x^2+6kmx+3m^2-3=0$，

……………………………………………………（10分）

$\therefore x_1+x_2=-\dfrac{6km}{3k^2+1}$， $x_1x_2=\dfrac{3m^2-3}{3k^2+1}$，

弋入①式化简得：$2k\cdot(3m^2-3)-6km(m-\sqrt{2})=0$，

解得 $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， ……………………………………………………（11分）

$\therefore$直线 l 的方程为 $y=kx+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，即直线 l 恒过定点$\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

……………………………………………………（12分）

（本小题满分10分）【选修4-4：坐标系与参数方程】

解：（1）$\because C_1$：$\begin{cases}x=2\cos\theta,\\y=\sin\theta,\end{cases}$ （θ为参数），

$\therefore C_1$：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$， ……………………………………………（2分）

又$\because C_2$：$\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-\sqrt{3}=0$，

将 $\rho\cos\theta=x$， $\rho\sin\theta=y$，

代入得：$\therefore C_2$： $x-y-\sqrt{3}=0$，

……………………………………………………（4分）

$\therefore$曲线 C_1 的普通方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x-y-\sqrt{3}=0$.

……………………………………………………（5分）

（2）$\because$曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x-y-\sqrt{3}=0$，

$\therefore$曲线 C_2 的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t,\\y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t,\end{cases}$ （t为参数），

定点为$M(\sqrt{3},0)$，……………………………………………（6分）

联立曲线C_2的参数方程和曲线C_1的普通方程，

得：$5t^2+2\sqrt{6}t-2=0$，

$\therefore t_1+t_2=-\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$，$t_1t_2=-\dfrac{2}{5}$，……………………………………………（8分）

$\therefore \dfrac{1}{|MA|}+\dfrac{1}{|MB|}=\left|\dfrac{1}{t_2}-\dfrac{1}{t_2}\right|=\dfrac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\dfrac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|}=4$，

$\therefore \dfrac{1}{|MA|}+\dfrac{1}{|MB|}$的值为4.……………………………………………（10分）

23.（本小题满分10分）【选修4-5：不等式选讲】

解：（1）当$a=1$时，$f(x)=|3x-2|-|3x+1|=\begin{cases}-3, & x\geqslant\dfrac{2}{3},\\ -6x+1, & -\dfrac{1}{3}<x<\dfrac{2}{3},\\ 3, & x\leqslant-\dfrac{1}{3},\end{cases}$

……………………………………………（2分）

$\therefore$不等式$f(x)\leqslant1$等价于$\begin{cases}x\geqslant\dfrac{2}{3},\\ -3\leqslant1\end{cases}$或$\begin{cases}-\dfrac{1}{3}<x<\dfrac{2}{3},\\ -6x+1\leqslant1\end{cases}$或$\begin{cases}x\leqslant-\dfrac{1}{3},\\ 3\leqslant1,\end{cases}$……………（4分）

解得$x\geqslant0$，

$\therefore$不等式$f(x)\leqslant1$的解集为$[0,+\infty)$.……………………………………………（5分）

（2）$\because f(x)=|3x-2|-|3x+a|\leqslant|a+2|$，

$\therefore f(x)\leqslant a^2-2a-8$等价于$|a+2|\leqslant a^2-2a-8$恒成立，

$\therefore |a+2|\leqslant(a+2)(a-4)$.……………………………………………（6分）

1° 当$a+2=0$，即$a=-2$时，$0\leqslant0$恒成立；……………………………（7分）

2° 当$a+2>0$，即$a>-2$时，$|a+2|\leqslant(a+2)(a-4)$转换为$a-4\geqslant1$，

解得$a\geqslant5$；……………………………………………（8分）

3° 当$a+2<0$，即$a<-2$时，$|a+2|\leqslant(a+2)(a-4)$转换为$a-4\leqslant-1$，

解得$a<-2$，……………………………………………（9分）

综上，实数a的取值范围为$(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$.……………………………（10分）