

绝密★启用前

## 2023-2024 学年高中毕业班阶段性测试（一）

### 理科数学

考生注意：

- 1.答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
- 2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.  $\frac{i}{(1+i)^3} = (\quad)$

- A.  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$     B.  $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$     C.  $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$     D.  $-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$

2. 已知集合  $A = \{x | \sqrt{x} \leq 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 \leq 9\}$ , 则  $[A \cap B, +\infty) = (\quad)$

- A.  $\partial_{\mathbb{R}}(A \cap B)$     B.  $\partial_{\mathbb{R}}(A \cup B)$     C.  $A \cap B$     D.  $A \cup B$

3. 已知函数  $f(x) = x^2 \sin x - 1$ , 若  $f(x_0) = 10$ , 则  $f(-x_0) = (\quad)$

- A. -12    B. -11    C. -10    D. 10

4. 若实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y \leq 2, \\ 2x - 3y \leq 9, \\ x \geq 0, \end{cases}$  则  $z = 4x + y$  的最大值为  $(\quad)$

- A. 3    B. 7    C. 11    D. 15

5. 记数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $a_1 = 10$ , 且  $\left\{\frac{1+a_n}{3}\right\}$  是公差为 -1 的等差数列, 则  $S_n$  的最大值为  $(\quad)$

- A. 12    B. 22    C. 37    D. 55

6. 对于任意实数  $x$ , 用  $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数, 例如:  $[\pi] = 3, [0.1] = 0, [-2.1] = -3$ , 则“ $[x] > [y]$ ”是“ $x > y$ ”的  $(\quad)$

- A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件    D. 既不充分也不必要条件

7. 已知函数  $f(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{10}\right)$ , 若将  $y = f(x)$  的图象向左平移  $m(m > 0)$  个单位长度后所得的图象关于坐标原点对称, 则  $m$  的最小值为 ( )

标原点对称, 则  $m$  的最小值为 ( )

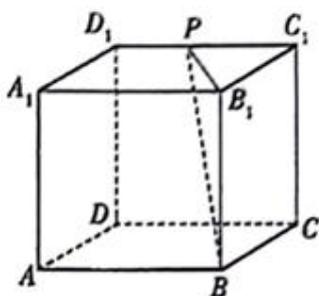
- A.  $\frac{\pi}{10}$     B.  $\frac{\pi}{5}$     C.  $\frac{3\pi}{10}$     D.  $\frac{8\pi}{15}$

8. 位于成都市龙泉驿区的东安湖体育公园是第 31 届世界大学生夏季运动会的核心场馆, 它包含一座综合运动场、一座多功能体育馆、一座游泳跳水馆和一座综合小球馆. 现安排包含甲、乙在内的 6 名同学到这 4 个场馆做志愿者, 每人去 1 个场馆, 每个场馆至少安排 1 个人, 则甲、乙两人安排在相同场馆的方法种数为 ( )



- A. 96    B. 144    C. 240    D. 360

9. 如图所示, 在棱长为 2 的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 点  $P$  在棱  $C_1D_1$  上, 且  $BP = 3$ , 则点  $A, C$  到平面  $BB_1P$  的距离之和为 ( )



- A.  $\sqrt{5}$     B.  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$     C.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$     D.  $2\sqrt{2}$

10. 把过棱锥的顶点且与底面垂直的直线称为棱锥的轴, 过棱锥的轴的截面称为棱锥的轴截面, 现有一个正三棱锥、一个正四棱锥、一个正六棱锥, 它们的高相等, 轴截面面积的最大值也相等, 则此正三棱锥、正四棱锥、正六棱锥的体积之比为 ( )

- A.  $1: \frac{\sqrt{3}}{3}: \frac{9}{4}$     B.  $1: \frac{\sqrt{3}}{3}: \frac{9}{8}$     C.  $1: \frac{\sqrt{3}}{2}: \frac{9}{8}$     D.  $1: \frac{\sqrt{3}}{2}: \frac{3}{2}$

11. 在  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ,  $E$  是线段  $AD$  上的动点 (与端点不重合), 设  $\overrightarrow{CE} = x\overrightarrow{CA} + y\overrightarrow{CB} (x, y \in \mathbf{R})$ ,

则  $\frac{8x+3y}{3xy}$  的最小值是 ( )

A.6 B.7 C.8 D.9

12. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 以坐标原点  $O$  为圆心, 线段  $OF$  为半径作圆, 与  $C$

的右支的一个交点为  $A$ , 若  $\cos \angle AOF = \frac{\sqrt{13}}{7}$ , 则  $C$  的离心率为 ( )

A.  $\sqrt{3}$  B. 2 C.  $\sqrt{5}$  D.  $\sqrt{7}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ , 直线  $y = 4$  与抛物线交于点  $M$ , 且  $|MF| = 4$ , 则  $p =$  \_\_\_\_\_.

14. 某品牌新能源汽车 2019-2022 年这四年的销量逐年增长, 2019 年销量为 5 万辆, 2022 年销量为 22 万辆, 且这四年销量的中位数与平均数相等, 则这四年的总销量为 \_\_\_\_\_ 万辆.

15. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1} = 3a_n + 2$ ,  $a_3 + a_2 = 22$ , 则满足  $a_n > 160$  的最小正整数  $n =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知定义在  $R$  上的函数  $f(x)$  及其导函数  $f'(x)$  满足  $f'(x) > -f(x)$ , 若  $f(\ln 3) = \frac{1}{3}$ , 则满足不等式

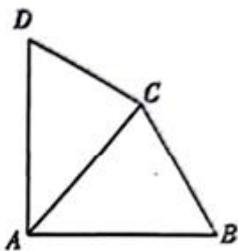
$f(x) > \frac{1}{e^x}$  的  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

如图, 在平面四边形  $ABCD$  中,  $\angle BAD = 90^\circ$ ,  $\angle D = 60^\circ$ ,  $AC = 4$ ,  $CD = 3$ .

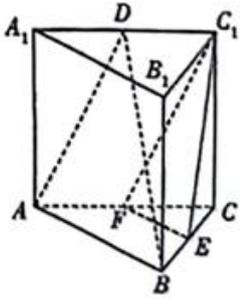


(1) 求  $\cos \angle CAD$ ;

(2) 若  $AB = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ , 求  $BC$ .

18. (12 分)

如图, 在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AC = 2BC = CC_1 = 2$ ,  $D, E, F$  分别是棱  $A_1C_1, BC, AC$  的中点,  $\angle ACB = 60^\circ$ .



- (1) 证明: 平面  $ABD \parallel$  平面  $FEC_1$ ;  
 (2) 求直线  $AC$  与平面  $ABD$  所成角的正弦值.

19. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  过点  $(2, 3)$ , 且  $C$  的右焦点为  $F(2, 0)$ .

- (1) 求  $C$  的离心率;  
 (2) 过点  $F$  且斜率为 1 的直线与  $C$  交于  $M, N$  两点,  $P$  直线  $x = 8$  上的动点, 记直线  $PM, PN, PF$  的斜率分别为  $k_{PM}, k_{PN}, k_{PF}$ , 证明:  $k_{PM} + k_{PN} = 2k_{PF}$ .

20. (12分)

小李参加某项专业资格考试, 一共要考 3 个科目, 若 3 个科目都合格, 则考试直接过关; 若都不合格, 则考试不过关; 若有 1 个或 2 个科目合格, 则所有不合格的科目需要进行一次补考, 补考都合格的考试过关, 否则不过关. 已知小李每个科目每次考试合格的概率均为  $p (0 < p < 1)$ , 且每个科目每次考试的结果互不影响.

- (1) 记“小李恰有 1 个科目需要补考”的概率为  $f(p)$ , 求  $f(p)$  的最大值点  $p_0$ .  
 (2) 以 (1) 中确定的  $p_0$  作为  $p$  的值.  
 (i) 求小李这项资格考试过关的概率;  
 (ii) 若每个科目每次考试要缴纳 20 元的费用, 将小李需要缴纳的费用记为  $X$  元, 求  $E(X)$ .

21. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{me^x}{\sin x}$ ,  $m \in R$  且  $m \neq 0$ .

- (1) 若当  $x \in (0, \pi)$  时,  $f(x) \geq 1$  恒成立, 求  $m$  的取值范围;  
 (2) 若  $\exists x_1, x_2 \in (0, \pi)$  且  $x_1 \neq x_2$ , 使得  $f(x_1) = f(x_2)$ , 求证:  $x_1 + x_2 > \frac{\pi}{2}$ .

$(\ln 3, +\infty)$ .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题

计分.

22.[选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{6}\cos\alpha, \\ y = \sqrt{3} + \sqrt{6}\sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 以原点  $O$  为极点,  $x$  轴

的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = 1$ .

(1) 求曲线  $C$  的普通方程和直线  $l$  的直角坐标方程;

(2) 若直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 与  $x$  轴交于点  $P$ , 求  $|PA|^2 + |PB|^2$  的值.

23.[选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = 2|x+1|, g(x) = 4 + |2x-1|$ .

(1) 求不等式  $f(x) + 2g(x)$  的解集;

(2) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) + g(x) \geq 2a^2 - 13a$  的解集为  $\mathbf{R}$ , 求实数  $a$  的取值范围.

自主选拔在线  
微信号: zizzsw

自主选拔在线  
微信号: zizzsw

自主选拔在线  
微信号: zizzsw