

2022~2023 年度河南省高三年级模拟考试 数学参考答案(文科)

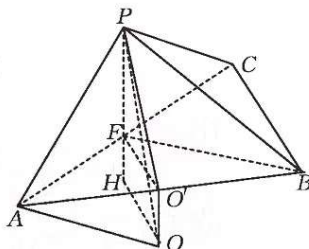
1. A 因为 $A=\{x|-2<x<3\}$, $B=\{-4,-2,0,2,4\}$, 所以 $A\cap B=\{0,2\}$.
2. B 因为 $z=4-3i$, 所以 $|z|=\sqrt{4^2+3^2}=5$.
3. C 因为 $a\parallel b$, 所以 $2x+4=9x-3$, 解得 $x=1$.
4. B 因为 $\sqrt{x+1}\geq 2$, 所以 $x\geq 3$, 即 $x\in[3,5]$, 由几何概型得所求概率为 $\frac{5-3}{5-0}=\frac{2}{5}$.
5. D 对于 A, $f(x)$ 为非奇非偶函数, 故不满足题意.
对于 B, $f(x)$ 为 $(-2,2)$ 上的奇函数, 且 $f(x)$ 为减函数, 故不满足题意.
对于 C, 因为 $f(-x)=\frac{e^{-x}+e^x}{2}=f(x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数, 故不满足题意.
对于 D, 因为 $f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}=1-\frac{2}{2^x+1}$, 所以 $f(x)$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 内单调递增,
又 $f(-x)=\frac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=\frac{1-2^x}{1+2^x}=-f(x)$, 所以 $f(x)$ 是奇函数, 故满足题意.
6. C 对于 A, 由统计表知鞋类净利润占比为 -0.68% , 所以鞋类销售亏损, 所以 A 中判断正确;
对于 B, 由统计表知, 衣服裤子类的净利润占比为 94.80% , 所以该服装销售公司的净利润主要由衣服裤子类销售提供, 所以选项 B 中判断正确;
对于 C, 由统计表知, 帽子围巾类营业收入占比和净利润占比均为 3.62% , 但在总的营业收入和总的净利润未知的情况下, 无法得到营业收入和净利润相同, 所以选项 C 中判断不正确;
对于 D, 剔除鞋类销售数据后, 总的净利润增加了, 而衣服裤子类销售的净利润没变, 所以衣服裤子类销售净利润占比将会降低, 选项 D 中判断正确.
7. C 圆台的体积 $V=\frac{1}{3}h(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)=\frac{1}{3}\times 6\times(3\pi+\sqrt{3\pi\times 12\pi}+12\pi)=42\pi$.
8. A 由题意设此人第一天走 a_1 里, 第 n 天走 a_n 里, $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1=100$, 由 $S_9=900+36d=1260$, 可得 $d=10$, 则 $a_3=100+20=120$, $S_n=100n+\frac{n(n-1)}{2}\times 10=5n^2+95n$, 所以 $S_7=910$, $S_8=1080$.
9. A 因为 $f(1)=4$, 所以 $b+1=4$, 解得 $b=3$. 又 $f'(x)=\frac{a}{x}-\frac{b+1}{x^2}=\frac{ax-4}{x^2}$, 所以 $f'(1)=a-4=0$, 解得 $a=4$,
此时 $f'(x)=\frac{4x-4}{x^2}$ 满足条件, 所以 $a+b=7$.
10. D 因为 $y=\cos(2x+\varphi)=\sin[\frac{\pi}{2}+(2x+\varphi)]=\sin(2x+\frac{\pi}{2}+\varphi)$, 其图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后对应的函数 $g(x)=\sin[2(x-\frac{\pi}{12})+\frac{\pi}{2}+\varphi]=\sin(2x+\frac{\pi}{3}+\varphi)$, 所以 $\frac{\pi}{3}+\varphi=2k\pi, k\in\mathbf{Z}$, 得 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$, 即 $f(x)=\cos(2x-\frac{\pi}{3})$, 则 $2k\pi\leq 2x-\frac{\pi}{3}\leq 2k\pi+\pi(k\in\mathbf{Z})$, 所以单调递减区间为 $[k\pi+\frac{\pi}{6}, k\pi+\frac{2\pi}{3}](k\in\mathbf{Z})$.
11. B 因为 $MN\perp FN$, 所以 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}=|\overrightarrow{FN}|^2=|\overrightarrow{FM}|^2-1$, 又 $|\overrightarrow{FM}|\geq|\overrightarrow{FO}|=3$, O 为原点, 所以 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}\geq 3^2-1=8$.
12. D 两式相减得 $a_{2n-1}+a_{2n+1}=6$, $a_{2n}+a_{2n+2}=(3^n-1+a_{2n-1})+(3^{n+1}-1+a_{2n+1})=4\times 3^n+4$,
 $S_{40}=(a_1+a_3+\cdots+a_{37}+a_{39})+(a_2+a_4+\cdots+a_{38}+a_{40})=6\times 10+4\times 10+4\times(3^1+3^3+\cdots+3^{19})=$

$$\frac{3^{21}+197}{2}.$$

13. 5 画出可行域(图略)知,当直线 $z=2x+y$ 过点 $(2,1)$ 时, z 取得最大值 5.

14. $(-\infty, \frac{1}{2})$ 因为 $f(x)=2^x-\frac{1}{x+1}$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增. 因为 $f(3x-1)<f(1-x)$, 所以 $3x-1<1-x$, 解得 $x<\frac{1}{2}$.

15. 20π 分别取 AB, AC 的中点 O', F , 连接 $O'F, O'P, PF, BF$. 由题意可知 O' 为直角三角形 ABC 斜边的中点, 因为 $O'P=\sqrt{2}<O'A$, 所以三棱锥 $P-ABC$ 外接球的球心在平面 ABC 的下方. 设三棱锥 $P-ABC$ 外接球的球心为 O , 连接 OO', OP, OA , 作 $OH\perp PF$, 垂足为 H . 由题中数据可得 $PF=1, OH=O'F=1, O'A=2, HF=OO'$. 设三棱锥 $P-ABC$ 外接球的半径为 R , 则 $R^2=O'A^2+O'O^2=OH^2+(PF+O'O)^2$, 解得 $R^2=5$, 故三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积是 $4\pi R^2=20\pi$.



16. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 设 $|F_1F_2|=2c, |AF_1|=m, |AF_2|=n$ (不妨设 $m>n$), 椭圆 C_1 的长半轴长为 a_1 , 双曲线 C_2 的实半轴长为 a_2 , 则 $\begin{cases} m+n=2a_1 \\ m-n=2a_2 \end{cases}$, 所以 $mn=a_1^2-a_2^2$. 在 $\triangle F_1MF_2$ 中, 由 $\angle F_1MF_2=\frac{\pi}{4}$, 得 $m^2+n^2-\sqrt{2}mn=4c^2$, 整理为 $(m+n)^2-(2+\sqrt{2})mn=4c^2$, 所以 $(2-\sqrt{2})a_1^2+(2+\sqrt{2})a_2^2=4c^2$, 方程两边同时除以 c^2 , 得 $\frac{2-\sqrt{2}}{e_1^2}+\frac{2+\sqrt{2}}{e_2^2}=4$. 由基本不等式得 $4=\frac{2-\sqrt{2}}{e_1^2}+\frac{2+\sqrt{2}}{e_2^2}\geq\frac{2\sqrt{2}}{e_1e_2}$, 则 $e_1e_2\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$, 当且仅当 $e_1=\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}, e_2=\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}$ 时, 等号成立.

17. 解: (1) 因为 $a(\sin A-\sin C)+c\sin C=b\sin B$,

所以 $a(a-c)+c^2=b^2$, 2 分

整理得 $a^2+c^2-b^2=ac$, 3 分

所以 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$ 5 分

又 $B\in(0, \pi)$, 所以 $B=\frac{\pi}{3}$ 6 分

(2) 由(1)知 $B=\frac{\pi}{3}$, 因为 $b=5$, 所以 $25=a^2+c^2-2ac\times\frac{1}{2}=(a+c)^2-3ac$ 8 分

又 $ac\leq(\frac{a+c}{2})^2=\frac{(a+c)^2}{4}$, 所以 $25\geq\frac{(a+c)^2}{4}$, 10 分

即 $a+c\leq 10$, 当且仅当 $a=c=5$ 时, 等号成立, 11 分

所以 $a+c+b\leq 15$, 即 $\triangle ABC$ 周长的最大值为 15. 12 分

18. 解: (1) 依题意得 2×2 列联表如下:

	优等品	非优等品	合计
甲生产线生产的产品数量	140	60	200
乙生产线生产的产品数量	120	80	200
合计	260	140	400

..... 2 分

因为 $K^2 = \frac{400 \times (140 \times 80 - 60 \times 120)^2}{200 \times 200 \times 260 \times 140} = \frac{400}{91} \approx 4.396 < 6.635$, 5分

所以没有 99% 的把握认为产品是否为“优等品”与生产线有关. 6分

(2) 由列联表知甲、乙生产线生产的“非优等品”之比为 3 : 4, 按甲、乙生产线采用分层抽样方法抽出 7 件产品, 则甲生产线应抽出 3 件产品, 记为 A_1, A_2, A_3 , 乙生产线应抽出 4 件产品, 记为 B_1, B_2, B_3, B_4 , 8分

从中取出 2 件产品的所有情况如下: $A_1 A_2, A_1 A_3, A_1 B_1, A_1 B_2, A_1 B_3, A_1 B_4, A_2 A_3, A_2 B_1, A_2 B_2, A_2 B_3, A_2 B_4, A_3 B_1, A_3 B_2, A_3 B_3, A_3 B_4, B_1 B_2, B_1 B_3, B_1 B_4, B_2 B_3, B_2 B_4, B_3 B_4$, 共 21 种. 10分

其中至少有 1 件产品来自乙生产线的对立事件是“没有 1 件产品是乙生产线生产的”, 只有 $A_1 A_2, A_1 A_3, A_2 A_3$, 共 3 种, 11分

所以所求概率 $P = 1 - \frac{3}{21} = \frac{6}{7}$ 12分

19. (1) 证明: 因为 $AC = 2, AB = 4, \angle BAC = 60^\circ$, 所以 $BC^2 = 4 + 16 - 2 \times 2 \times 4 \times \frac{1}{2} = 12$ 2分

因为 $AC^2 + BC^2 = 16 = AB^2$, 所以 $AC \perp BC$ 3分

又因为 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 所以 $DE \parallel BC$, 从而 $DE \perp AC$ 4分

因为三棱柱 $ABC - A_1 B_1 C_1$ 是直三棱柱, 所以 $AA_1 \perp DE$.

又 $AA_1 \cap AC = A$, 所以 $DE \perp$ 平面 $ACC_1 A_1$ 5分

(2) 解: 取 BC 的中点 G , 连接 EG, DG, FG , 则 $DE = \frac{1}{2} BC = \sqrt{3}, DG = \frac{1}{2} AB = 2, EG = 1$,

所以 $DF^2 = 2^2 + 4^2 = 20, EF^2 = 1^2 + 4^2 = 17$, 从而 $EF^2 + DE^2 = DF^2$, 即 $DE \perp EF$ 7分

所以 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{17}$, 设点 A 到平面 DEF 的距离为 d , 则 $V_{A-DEF} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times$

$\sqrt{3} \times \sqrt{17} d$ 9分

又 $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1$, 所以 $V_{F-ADE} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 4$ 10分

由 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{17} d = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 4$, 解得 $d = \frac{4\sqrt{17}}{17}$, 即点 A 到平面 DEF 的距离为 $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ 12分

20. 解: (1) 由题意得 $c = 2$ 1分

将点 $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ 的坐标代入方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, 得 $\frac{2}{a^2} - \frac{3}{b^2} = 1$ 2分

又因为 $c^2 = a^2 + b^2$, 所以 $\frac{2}{4-b^2} - \frac{3}{b^2} = 1$, 整理得 $b^4 + b^2 - 12 = 0$, 解得 $b^2 = 3$ 4分

所以 $a^2 = 1$, 双曲线 C 的方程为 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 5分

(2) 假设存在 $P(n, 0)$ 满足条件, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

由题意知, 直线 AB 的斜率不为 0, 设直线 $AB: x = my + 2$,

联立 $\begin{cases} x = my + 2, \\ x^2 - \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases}$ 消去 x 得 $(3m^2 - 1)y^2 + 12my + 9 = 0$ 6分

则 $3m^2 - 1 \neq 0, \Delta = (12m)^2 - 4 \times 9 \times (3m^2 - 1) = 36(m^2 + 1) > 0$,



且 $y_1 + y_2 = -\frac{12m}{3m^2-1}$, $y_1 y_2 = \frac{9}{3m^2-1}$ 7 分

因为点 F 到直线 PA, PB 的距离始终相等, 所以 PF 是 $\angle APB$ 的角平分线, 8 分

则 $k_{PA} + k_{PB} = 0$, 即 $\frac{y_1}{x_1-n} + \frac{y_2}{x_2-n} = 0$, 所以 $y_1(m y_2 + 2 - n) + y_2(m y_1 + 2 - n) = 0$,

整理得 $2m y_1 y_2 + (2-n)(y_1 + y_2) = 0$ 9 分

所以 $\frac{2m \times 9}{3m^2-1} - \frac{(2-n) \times 12m}{3m^2-1} = 0$, 整理得 $m(2n-1) = 0$ 10 分

因为对于任意的 $m \neq \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$, $m(2n-1) = 0$ 恒成立, 所以 $n = \frac{1}{2}$,

故存在点 $P(\frac{1}{2}, 0)$, 使得点 F 到直线 PA, PB 的距离始终相等. 12 分

21. 解: (1) 若 $k=0$, 则 $f(x) = 2x^2 \ln x$, $f'(x) = 2x(2 \ln x + 1)$ 2 分

又 $f(1) = 0$, $f'(1) = 2$ 3 分

所以所求切线方程为 $y = 2(x-1)$, 即 $2x - y - 2 = 0$ 4 分

(2) 因为 $x \in [1, +\infty)$, 所以原不等式可化为 $2 \ln x - k(x - \frac{1}{x}) \leq 0$.

设 $h(x) = 2 \ln x - k(x - \frac{1}{x})$, 则 $h'(x) = \frac{2}{x} - k(1 + \frac{1}{x^2}) = \frac{x^2 + 1}{x^2} (\frac{2x}{x^2 + 1} - k)$ 5 分

$\frac{2x}{x^2 + 1} \leq \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} = 1$, 当且仅当 $x = 1$ 时, 等号成立. 6 分

① 当 $k \geq 1$ 时, $h'(x) \leq 0$, 所以 $h(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减, 故 $h(x) \leq h(1) = 0$, 满足题意. 7 分

② 当 $0 < k < 1$ 时, 令 $h'(x) = 0$, 可得 $\frac{2}{x + \frac{1}{x}} = k$, 设方程的解为 $x_0 \in (1, +\infty)$,

因为 $y = x + \frac{1}{x}$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $y = \frac{2}{x + \frac{1}{x}}$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减,

则当 $x \in (1, x_0)$ 时, $h'(x) > 0$, 当 $x \in (x_0, +\infty)$ 时, $h'(x) < 0$,

所以函数 $h(x)$ 在 $(1, x_0)$ 上单调递增, 在 $(x_0, +\infty)$ 上单调递减. 9 分

又 $h(1) = 0$, 所以当 $x \in (1, x_0)$ 时, $h(x) > 0$, 不满足题意. 10 分

③ 当 $k \leq 0$ 时, $h'(x) > 0$, 故 $h(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $h(x) \geq h(1) = 0$, 不符合题意. 11 分

综上, k 的取值范围为 $[1, +\infty)$ 12 分

22. 解: (1) 消去参数方程 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + \sqrt{3}t, \\ y = 2 + t \end{cases}$ 中的参数, 得 $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$ 2 分

曲线 C 的极坐标方程 $\rho - \frac{5}{\rho} = 4 \sin \theta$ 可化为 $\rho^2 - 5 = 4 \rho \sin \theta$ 3 分

因为 $\rho^2 = x^2 + y^2$, $y = \rho \sin \theta$, 所以 $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$, 即曲线 C 的方程为 $x^2 + (y-2)^2 = 9$ 5 分

(2) 由 (1) 得点 $A(0, 1)$ 在圆 C 内, 且 l 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 所以可设 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}t, \\ y = 1 + \frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数),

..... 6 分

代入圆 $C: x^2 + (y-2)^2 = 9$, 得 $t^2 - t - 8 = 0$ 7 分

设点 M, N 对应的参数分别为 t_1, t_2 , 则 $t_1 + t_2 = 1$, $t_1 t_2 = -8$ 8 分

所以 $\frac{1}{|AM|^2} + \frac{1}{|AN|^2} = \frac{1}{t_1^2} + \frac{1}{t_2^2} = \frac{t_1^2 + t_2^2}{t_1^2 t_2^2} = \frac{(t_1 + t_2)^2 - 2t_1 t_2}{t_1^2 t_2^2} = \frac{17}{64}$ 10 分

23. (1) 解: 由 $f(x) = |3x+1| - |2x-3|$, 得 $f(x) = \begin{cases} -x-4, & x < -\frac{1}{3}, \\ 5x-2, & -\frac{1}{3} \leq x < \frac{3}{2}, \\ x+4, & x \geq \frac{3}{2}, \end{cases}$ 2 分

所以 $f(x) \leq 1$ 等价于 $\begin{cases} -x-4 \leq 1, \\ x < -\frac{1}{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 5x-2 \leq 1, \\ -\frac{1}{3} \leq x < \frac{3}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x+4 \leq 1, \\ x \geq \frac{3}{2}, \end{cases}$ 3 分

解得 $-5 \leq x \leq \frac{3}{5}$, 即不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集为 $[-5, \frac{3}{5}]$ 5 分

(2) 证明: 要证 $f(x) + 4a + b \geq |x - \frac{3}{2}| + \frac{7}{2}$, 只需证 $4a + b - \frac{7}{2} \geq |2x-3| + |x - \frac{3}{2}| - |3x+1|$,

只需证 $4a + b - \frac{7}{2} \geq |3x - \frac{9}{2}| - |3x+1|$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 及任意的正数 a, b 都成立. 6 分

因为正数 a, b 满足 $a+b=ab$, 所以 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$,

所以 $4a+b = (4a+b)(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) = 5 + \frac{b}{a} + \frac{4a}{b} \geq 5 + 2\sqrt{4} = 9$, 当且仅当 $\begin{cases} a = \frac{3}{2}, \\ b = 3 \end{cases}$ 时, 等号成立, 所以 $4a+b - \frac{7}{2} \geq 9 - \frac{7}{2} = \frac{11}{2}$ 8 分

又因为 $|3x - \frac{9}{2}| - |3x+1| \leq |3x - \frac{9}{2} - 3x - 1| = \frac{11}{2}$, 9 分

所以 $4a+b - \frac{7}{2} \geq \frac{11}{2} \geq |3x - \frac{9}{2}| - |3x+1|$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 及任意的正数 a, b 都成立,

即对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 任意的正数 a, b , $f(x) + 4a + b \geq |x - \frac{3}{2}| + \frac{7}{2}$ 恒成立. 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线