

郑州外国语学校 2023-2024 学年高三上期第一次调研考试试卷

数 学

(120 分钟 150 分)

一、单选题 (本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $S = \{1, 3, 5\}$, 则 $\complement_U S =$ ()

- A. \emptyset B. $\{2, 4, 6\}$ C. $\{2, 4, 6, 7\}$ D. $\{1, 3, 5\}$

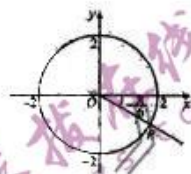
2. “ $\sin \alpha = 1$ ” 是 “ $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ” 的 ()

- A. 充分必要条件 B. 充分条件
C. 必要条件 D. 既不充分又不必要条件

3. 若复数 z 满足 $(1+z)(1-i) = 2$, 则复数 z 的虚部为 ()

- A. i B. $-i$ C. 1 D. -1

4. 如图所示, 一个质点在半径为 2 的圆 O 上以点 P 为起始点, 沿逆时针方向运动, 每 3s 转一圈. 则该质点到 x 轴的距离 y 关于时间 t 的函数解析式是 ()



- A. $y = \left| 2 \sin\left(\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) \right|$ B. $y = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$
C. $y = \left| 2 \sin\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right) \right|$ D. $y = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{3}t - \frac{\pi}{6}\right)$

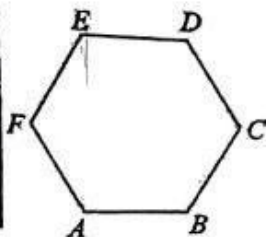
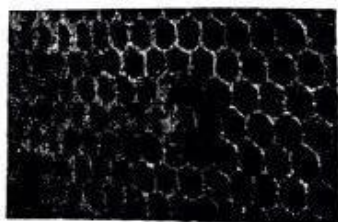
5. 下列说法正确的是

- A. 若直线 l 平行于平面 α 内的无数条直线, 则 $l \parallel \alpha$
B. 若直线 a 在平面 α 外, 则 $a \parallel \alpha$
C. 若直线 $a \parallel b, b \subset \alpha$, 则 $a \parallel \alpha$
D. 若直线 $a \parallel b, b \subset \alpha$, 那么直线 a 平行于 α 内的无数条直线

6. 已知命题 $p: k < 1$, 命题 q : 直线 $kx - y + 1 = 0$ 与抛物线 $y = x^2$ 有两个公共点, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

试卷第 1 页, 共 5 页



A. $\overline{AC} - \overline{AE} = \overline{BF}$

B. $\overline{AC} + \overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AD}$

C. $\overline{AD} \cdot \overline{AB} = \overline{AB}$

D. \overline{EC} 在 \overline{AB} 上的投影向量为 $\frac{3}{5}\overline{AB}$

11. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , $f(x - \frac{\pi}{2})$ 为奇函数, $f(x + \frac{\pi}{2})$ 为偶函数, 当 $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 时, $f(x) = \cos x$, 则下列结论正确的是 () 来源: 高三答案公众号

A. $f(\frac{5\pi}{2}) = -1$

B. $f(x)$ 在 $(3\pi, 4\pi)$ 上为减函数

C. 点 $(\frac{3\pi}{2}, 0)$ 是函数 $f(x)$ 的一个对称中心

D. 方程 $f(x) - \lg x = 0$ 仅有 3 个实数解

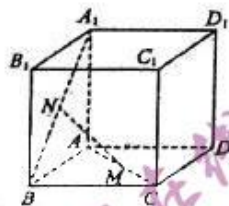
12. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M, N 分别为 AC, A_1B 的中点, 下列说法中正确的是 ()

A. $MN \parallel$ 平面 ADD_1A_1

B. $MN \perp$ 平面 ACD_1

C. MN 与 CC_1 所成角为 60°

D. $MN \perp AB$



三、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 a_2 a_3 = 27$, $a_3 = 81$, 若存在 $m \in \mathbb{R}$, 使得 $S_n + \frac{1}{2a_n} \leq m - \frac{1}{2}$ 成立, 则 m 的最小值为_____.

14. $(x-3)(x-3^2)(x-3^3)(x-3^4)$ 的展开式中 x^3 的系数为_____。(用数字作答)

15. 经过直线 $2x + y - 7 = 0$ 上的点 P 作圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 当 $\angle APB$ 取最大值时, 直线 AB 的方程为_____.

16. 若不等式 $ae^3 + 2x + \ln a \geq \ln x$ 对任意 $x \in (0, +\infty)$ 成立, 则实数 a 的最小值为_____.

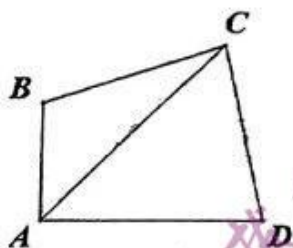
四、解答题（本题共6小题，共70分）

17. (10分) 如图，三角形 ABC 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,

$$b \cos A - a \sin B = 0.$$

(1) 求 A .

(2) 若 $AB \perp AD$, $AC = 2\sqrt{2}$, $CD = \sqrt{5}$, 求 AD 的长.



18. (12分) 某农业兴趣小组针对两种肥料的作用进行对比试验，经过一季的试验后，对“使用肥料A”和“使用肥料B”的220株植物的生长情况进行研究，按照植株的高度大于或等于60厘米为“高株”，60厘米以下为“矮株”统计，得到如下的 2×2 列联表：

	高株	矮株	合计
使用肥料A	20	90	110
使用肥料B	40	70	110
合计	60	160	220

(1) 根据上面的 2×2 列联表判断，依据 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验，能否认为“使用哪种肥料与植株高度”有关；

(2) 为了进一步研究，从这批植物高株中用分层抽样的方法抽出6株，再从这6株中抽出3株，求抽到“使用肥料A”植物的株数 X 的分布列和数学期望.

附：
$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

α	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
----------	------	------	-------	-------	-------

x_a	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828
-------	-------	-------	-------	-------	--------

19. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 且

$$S_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n, \quad a_2 + a_6 = b_3, \quad a_4 \cdot a_8 = b_5, \quad b_n > 0.$$

(1) 求 a_n, T_n ;

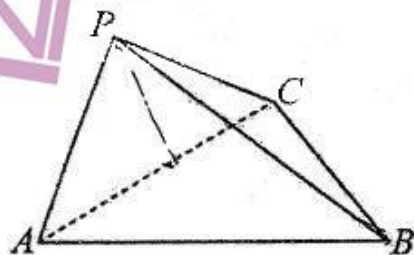
(2) 若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = a_n T_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 M_n .

20. (12分) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AP \perp PC, AC \perp BC, AP = PC = 2, AC = BC$,

二面角 $P-AC-B$ 为钝角, 三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\frac{4}{7}$

(1) 求二面角 $P-AC-B$ 的大小;

(2) 求直线 AP 与平面 PBC 所成角的正弦值.



21. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{1}{2}$, 短轴长为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知经过定点 $P(1,1)$ 的直线 l 与椭圆相交于 A, B 两点, 且与直线 $y = -\frac{3}{4}x$ 相交于

点 Q , 如果 $\overrightarrow{AQ} = \lambda \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{QB} = \mu \overrightarrow{PB}$, 那么 $\lambda + \mu$ 是否为定值? 若是, 请求出具体数值;

若不是, 请说明理由.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - ax$.

(1) 若 $a=1$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间及 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;

(2) 设函数 $g(x) = 2f(x) - x^2 - a^2$, 若 $x \geq 0$ 时, $g(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

