全国大联考

2023届高三第一次联考·数学试卷

考生注意：
1. 本试卷共150分.考试时间120分钟.
2. 请将试卷答案填在答题卷上.
3. 本试卷主要考试内容：集合与常用逻辑用语、不等式、函数与导数.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|-1<2-x<4\}$，$B=\{x\in \mathbf{N}|1\leqslant x+1\leqslant 6\}$，则 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B$ 等于

A. $(3,6]$　　B. $(2,5]$

C. $\{3,4,5\}$　　D. $\{4,5,6\}$

2. 已知命题 p：若 $a>0$，则 $\lg a>0$，命题 q：$\exists b<0$，$|b+2|<|b+1|$．则

A. p 真 q 假　　B. p 真 q 真

C. p 假 q 真　　D. p 假 q 假

3. 已知 $m^2<2m$，则 m^2-3m 的取值范围是

A. $(-\frac{9}{4},0)$　　B. $(0,2)$

C. $(-2,0)$　　D. $(0,\frac{9}{4})$

4. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-2,2]$，则函数 $g(x)=f(2x)+\sqrt{2+\log_2 x}$ 的定义域为

A. $[1,2]$　　B. $[1,4]$　　C. $[\frac{1}{2},1]$　　D. $[\frac{1}{4},1]$

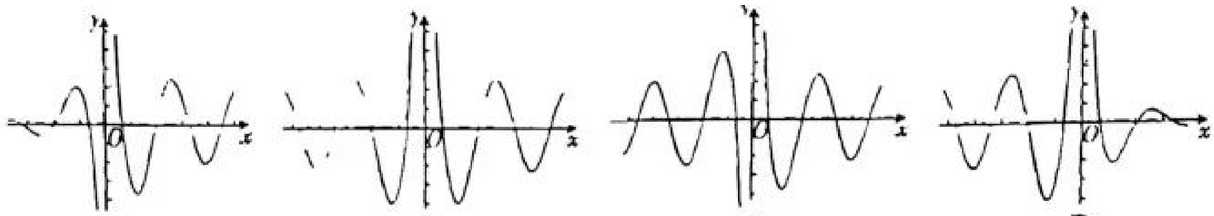
5. 已知 $0<x<\frac{1}{2}$，则 $\frac{1}{x}+\frac{8}{1-2x}$ 的最小值为

A. 16　　B. 18　　C. 8　　D. 20

6. 函数 $f(x)=-\frac{1}{x^2}+3+\ln x$ 的零点所在区间可以为

A. $(0,\frac{1}{2})$　　B. $(\frac{1}{2},\frac{2}{3})$　　C. $(\frac{3}{4},1)$　　D. $(1,\frac{3}{2})$

7. 函数 $f(x)=\dfrac{2^x\sin(\frac{\pi}{2}+3x)}{2^x-1}$ 的图象大致是



A　　B　　C　　D

8. 若不等式 $(3a-a^2)x^3-bx^2-2cx\leqslant 5$ ($a\neq 0$, $b,c\in\mathbf{R}$) 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则 $a(b-c)$ 的取值范围为

A. $[-\frac{5}{12},0]$　　B. $[-\frac{5}{12},+\infty)$

C. $[-\frac{15}{4},+\infty)$　　D. $[-\frac{15}{4},-\frac{5}{12}]$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

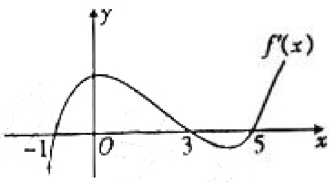
9. 函数 $y=f(x)$ 的导函数的图象如图所示，则下列结论正确的是

A. $f(-1)<f(0)$

B. $f(3)>f(5)$

C. 函数 $f(x)$ 在区间 $(0,3)$ 单调递减

D. 函数 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极小值



10. 若 $c>b>a>0$，且 a,b,c 均不为 1，则下列结论不正确的是

A. $(c-b)^a<(b-a)^c$　　B. $\log_c b<\log_a c$

C. $a^b b^c>c^b b^a$　　D. $a+\frac{c}{b}<b+\frac{c}{a}$

11. 已知函数 $f(x)=\dfrac{e^x+1}{2e^x}+\ln\dfrac{1-x}{1+x}$，则

A. $f(x)$ 的定义域是 $(-1,1)$　　B. $f(x)$ 是奇函数

C. $f(x)$ 是单调减函数　　D. 若 $f(x^2-2x)>1$，则 $0<x<2$，且 $x\neq 1$

12. 若 $(ax-4)(x^2+b)\geqslant 0$ 对任意 $x\in(-\infty,0]$ 恒成立，其中 a,b 是整数，则 $a+b$ 的可能取值为

A. -7　　B. -5　　C. -6　　D. -17

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $f(x)=\begin{cases}\ln x+1, x>0\\ f(x+2), x\leqslant 0\end{cases}$，则 $f(-3)$的值为______.

14. 不等式$\frac{2x}{x+2}>1$ 的解集为______.

15. 若函数 $f(x)$与 $g(x)$对于任意 $x_1,x_2\in[c,d]$，都有 $f(x_1)\cdot g(x_2)\geqslant k$，则称函数 $f(x)$与 $g(x)$是区间$[c,d]$上的"k 阶友好函数". 已知函数 $f(x)=2022^{x-1}$与 $g(x)=x^2-(a+1)x+2-a$ 是区间$[1,2]$上的"3 阶友好函数"，则实数 a 的取值范围是______.

16. 已知 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的增函数，函数 $y=f(x-1)$的图象关于点$(1,0)$对称，若实数 u,v 满足等式 $f(v-3)+f(\sqrt{4u-u^2-3})=0$，则 $u-v$ 的最大值为______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知集合 $A=\{x|x^2-2ax+a^2-1\leqslant 0\}$，$B=\{x||2x-1|\leqslant 9\}$.

(1)若 $a=5$，求 $A\cup B$；

(2)若 $B\cup(\complement_{\mathbf{R}}A)=\mathbf{R}$，求实数 a 的取值范围.

18.（12 分）

已知 $f(x)=x+\frac{a}{x}(x>0)$ 的值域为 M，不等式 $(x-a)(x-3a)<0$ 的解集为 N.

(1)若 $x\in M$ 是 $x\in N$ 的必要不充分条件，求正整数 a 的最小值.

(2)求证："$f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增"的充要条件是"$a\leqslant 4$".

19.（12 分）

若函数 $f(x)$ 在定义域的某个区间 $[m,n]$（$m<n$）上的值域恰为 $[km,kn]$（$k>0$），则称函数 $f(x)$ 为 $[m,n]$ 上的 k 倍域函数，$[m,n]$ 称为函数 $f(x)$ 的一个 k 倍域区间.已知函数 $h(x)=x^2+ax+b$，且关于 x 的不等式 $h(x)<0$ 的解集为 $(-2,2)$.

（1）求实数 a，b 的值；

（2）若 $g(x)=\dfrac{4x}{h(x)+5}$（$x\in[0,1]$），是否存在 k（$k\in N_+$），使得函数 $g(x)$ 为定义域内的某个区间 $[m,n]$ 上的 k 倍域函数？若存在，请求出 k 的值；若不存在，请说明理由.

20.（12分）

已知函数 $f(x)=a\ln x+\frac{1}{2}(x-1)^2-(x-1)(a\neq 0)$，

(1)当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=3$ 处的切线方程；

(2)若函数 $f(x)$ 有两个极值点，求实数 a 的取值范围.

21.（12分）

由中国发起成立的全球能源互联网发展合作组织在京举办研讨会.会议发布了中国2030年前碳达峰、2060年前碳中和、2030年能源电力发展规划及2060年展望等研究成果，在国内首次提出通过建设中国能源互联网实现碳减排目标的系统方案.为积极响应国家节能减排的号召，某企业计划引进新能源汽车生产设备，通过市场调查分析，全年需投入固定成本2500万元，每生产x（百辆）新能源汽车，需另投入成本$C(x)$万元，且$C(x)=\begin{cases}10x^2+800x, 0<x<40,\\ 1501x+\dfrac{2500}{x}-12400, x\geqslant 40,\end{cases}$由市场调研知，每辆车售价15万元，且生产的车辆当年能全部销售完.

（1）请写出利润$L(x)$（万元）关于年产量x（百辆）的函数关系式.（利润＝收入－成本）

（2）当年产量为多少百辆时，该企业所获利润最大？并求出最大利润.

22.(12分)

已知函数$h(x)=e^x-\ln(x+2)$.

(1)若$g(x)=h(x)+\ln(x+2)-ax$,讨论$g(x)$的单调性;

(2)若不等式$h(x)-k>0$恒成立,求整数k的最大值.

2023届高三第一次联考·数学试卷
参 考 答 案

1. C　∵$A=\{x|-1<2-x<4\}=\{x|-2<x<3\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}|1\leqslant x+1\leqslant 6\}=\{x\in\mathbf{N}|0\leqslant x\leqslant 5\}=\{0,1,2,3,4,5\}$，∴$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x\leqslant -2$ 或 $x\geqslant 3\}$，∴$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{3,4,5\}$.

2. C　若 $\lg a>0$，则 $a>1$，所以 p 是假命题. 若取 $b=-2$，则 $|-2+2|<|-2+1|$，所以 q 是真命题.

3. A　因为 $m^2<2m$，所以 $0<m<2$. 因为 $m^2-3m=(m-\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}$，所以 $-\frac{9}{4}<m^2-3m<0$.

4. D　要使 $g(x)$ 有意义，则 $\begin{cases}-2\leqslant 2x\leqslant 2\\ 2+\log_2 x\geqslant 0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant 1\\ x\geqslant \frac{1}{4}\end{cases}$，所以函数 $g(x)$ 的定义域为 $[\frac{1}{4},1]$.

5. C　由函数 $y=f(x)$ 的导函数的图象可知，$f(x)$ 的单调递减区间为 $(-\infty,-1)$，$(3,5)$，单调递增区间为 $(-1,3)$，$(5,+\infty)$，所以 $f(-1)<f(0)$，$f(3)>f(5)$，$f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极小值，故 C 选项错误.

6. D　在选项 A 中，由于 $c-b$ 与 $b-a$ 的大小无法确定，故 $(c-b)^a$ 与 $(b-a)^c$ 无法比较大小，∴A 项错误；

在选项 B 中，令 $c=4$，$b=2$，$a=\frac{1}{2}$，则 $\log_c b=\frac{1}{2}$，$\log_a c=-2$，∴B 项错误；

在选项 C 中，令 $c=4$，$b=2$，$a=\frac{1}{2}$，则 $\frac{a^b b^c}{c^b b^a}=(\frac{a}{c})^b b^{c-a}=\frac{1}{64}\times 2^{\frac{7}{2}}=2^{-\frac{5}{2}}<1$，即 $a^b b^c<c^b b^a$. ∴C 项错误；

在选项 D 中，∵$a+\frac{c}{b}-(b+\frac{c}{a})=(a-b)(1+\frac{c}{ab})<0$，∴$a+\frac{c}{b}<b+\frac{c}{a}$，∴D 项正确. 故选 D.

7. B　$\frac{1}{x}+\frac{8}{1-2x}=\frac{2}{2x}+\frac{8}{1-2x}=(1-2x+2x)(\frac{2}{2x}+\frac{8}{1-2x})=2+8+2(\frac{1-2x}{2x}+\frac{8x}{1-2x})\geqslant 10+8=18$，当且仅当 $x=\frac{1}{6}$ 时取等号，即 $\frac{1}{x}+\frac{8}{1-2x}$ 的最小值为 18.

8. B　因为 $f(x)=-\frac{1}{x^2}+3+\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，又因为 $f(1)=2>0$，$f(\frac{1}{2})=-1-\ln 2<0$，$f(\frac{2}{3})=\frac{3}{4}+\ln\frac{2}{3}>\frac{1}{2}+\ln\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\ln\frac{4e}{9}>0$，所以 $f(x)$ 的零点所在的区间为 $(\frac{1}{2},\frac{2}{3})$. 故选 B.

9. A　由 $f(x)=\dfrac{2^x\sin(\frac{\pi}{2}+3x)}{2^x-1}=(1+\frac{1}{2^x-1})\cos 3x$，易知函数为非奇非偶函数，排除选项 B，C，当 $-\frac{\pi}{6}<x<0$ 时，$f(x)<0$，排除选项 D，故选 A.

10. C　由$\frac{1-x}{1+x}>0$得$-1<x<1$，即$f(x)$定义域为$(-1,1)$.

$y=\frac{e^x+1}{2e^x}=\frac{1}{2}(e^{-x}+1)$，函数在$(-1,1)$上单调递减，

$y=\ln\frac{1-x}{1+x}=\ln\frac{2-(1+x)}{1+x}=\ln(\frac{2}{1+x}-1)$，函数在$(-1,1)$上单调递减，

$\therefore f(x)$在$(-1,1)$上单调递减，又$f(0)=1$，

则由$f(x^2-2x)>1$得$f(x^2-2x)>f(0)$，$\therefore\begin{cases}-1<x^2-2x<1\\x^2-2x<0\end{cases}$，

解得$0<x<1$或$1<x<2$，即$f(x^2-2x)<1$的解集为$(0,1)\cup(1,2)$. 故选C.

11. C　由不等式$(3a-a^2)x^3-bx^2-2cx\leqslant5$对任意$x\in\mathbf{R}$恒成立，

可得$(3a-a^2)x^3-bx^2-2cx-5\leqslant0$对任意$x\in\mathbf{R}$恒成立，

由三次函数图象的性质可知，若$3a-a^2\neq0$时，该不等式不可能恒成立，

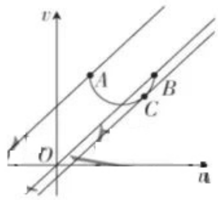
$\therefore 3a-a^2=0$且$a\neq0$，解得$a=3$.

不等式可转化为$bx^2+2cx+5\geqslant0$对任意$x\in\mathbf{R}$恒成立，

$\therefore\begin{cases}b>0\\\Delta=4c^2-20b\leqslant0\end{cases}$，或$b=c=0$.

$\therefore b\geqslant\frac{1}{5}c^2$，$\therefore a(b-c)=3(b-c)\geqslant3(\frac{1}{5}c^2-c)=\frac{3}{5}[(c-\frac{5}{2})^2-\frac{25}{4}]\geqslant-\frac{15}{4}$. 故选C.

12. B　$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的增函数，且函数$y=f(x-1)$的图象关于点$(1,0)$对称，所以函数$f(x)$是奇函数. 又$f(v-3)+f(\sqrt{4u-u^2-3})=0$，



所以$(v-3)+\sqrt{4u-u^2-3}=0$，且$4u-u^2-3\geqslant0$.

即$\begin{cases}(u-2)^2+(v-3)^2=1\\1\leqslant u\leqslant3\\2\leqslant v\leqslant3\end{cases}$，画出不等式组表示的图形，如图所示，

所以$u-v$表示直线$u-v=t$与圆弧有交点时t的取值范围，

所以结合图象可得$u-v$的最大值是直线$u-v=t$与圆弧相切时的取值，

此时$\frac{|2-3-t|}{\sqrt{2}}=1$，解得$t=-1\pm\sqrt{2}$，应取$t=-1+\sqrt{2}$为最大值. 故选B.

13. 1　$f(-3)=f(-1)=f(1)=\ln1+1=1$.

14. $\{x|x>2$或$x<-2\}$　因为$\frac{2x}{x+2}-1=\frac{x-2}{x+2}>0$，所以$x>2$或$x<-2$.

15. $(-\infty,-\frac{1}{2}]$　因为函数$f(x)=2022^{x-1}$与$g(x)=x^2-(a+1)x+2-a$是区间$x\in[1,2]$上的“3阶友好函数”，

所以$f(x)_{\min}\cdot g(x)_{\min}\geqslant3$在$x\in[1,2]$上恒成立，

又$f(x)=2022^{x-1}$在$x\in[1,2]$上单调递增，所以$f(x)_{\min}=f(1)=1$，

所以 $g(x)=x^2-(a+1)x+2-a\geqslant 3$ 在 $x\in[1,2]$上恒成立，

即 $a\leqslant\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$在 $x\in[1,2]$上恒成立，

所以$\dfrac{x^2-x-1}{x+1}=\dfrac{(x+1)^2-3(x+1)+1}{x+1}=x+1+\dfrac{1}{x+1}-3$.

令 $x+1=t$，$t\in[2,3]$，设 $h(t)=t+\dfrac{1}{t}-3$，易知 $h(t)$在$[2,3]$上单调递增，

所以 $h(t)_{\min}=h(2)=-\dfrac{1}{2}$，所以 $a\leqslant-\dfrac{1}{2}$.

16. $\{-5,-6,-17\}$ ∵$(ax-4)(x^2+b)\geqslant 0$ 对任意 $x\in(-\infty,0]$恒成立，

∴当 $x=0$ 时，不等式等价为 $-4b\geqslant 0$，即 $b\leqslant 0$，

当 $x\to-\infty$时，$x^2+b>0$，此时 $ax-4\geqslant 0$，则 $a<0$.

设 $f(x)=ax-4$，$g(x)=x^2+b$，若 $b=0$，则 $g(x)=x^2\geqslant 0$，

函数 $f(x)=ax-4$ 的零点为 $x=\dfrac{4}{a}$，则函数 $f(x)$在 $x\in(\dfrac{4}{a},0]$上有 $f(x)<0$，

此时不满足条件，故 $b<0$，且 $a<0$.

∵函数 $f(x)$在$(-\infty,\dfrac{4}{a})$上 $f(x)>0$，则在$(\dfrac{4}{a},0]$上 $f(x)<0$，

而 $g(x)$ 在$(-\infty,0]$上的零点为 $x=-\sqrt{-b}$，且 $g(x)$在$(-\sqrt{-b},0)$上 $g(x)<0$，

则在$(-\infty,-\sqrt{-b})$上 $g(x)>0$，

∴$(ax-4)(x^2+b)\geqslant 0$ 对任意 $x\in(-\infty,0]$恒成立，

则函数 $f(x)$与 $g(x)$的零点相同，即$\dfrac{4}{a}=-\sqrt{-b}$.

∵a，b 是整数，

∴a 是 4 的约数，即 $a=-1$ 或 $a=-2$ 或 $a=-4$.

当 $a=-1$ 时，$-4=-\sqrt{-b}$，即 $b=-16$，此时 $a+b=-17$；

当 $a=-2$ 时，$-2=-\sqrt{-b}$，即 $b=-4$，此时 $a+b=-6$；

当 $a=-4$ 时，$-1=-\sqrt{-b}$，即 $b=-1$，此时 $a+b=-5$.

即 $a+b$ 的取值的集合为$\{-5,-6,-17\}$.

17. 解：(1)因为 $a=5$，所以 $A=\{x|x^2-10x+24\leqslant 0\}=\{x|4\leqslant x\leqslant 6\}$.

又因为 $B=\{x||2x-1|\leqslant 9\}=\{x|-4\leqslant x\leqslant 5\}$.

所以 $A\cup B=\{x|-4\leqslant x\leqslant 6\}$. …………………………………………………… 5 分

(2)因为 $A=\{x|x^2-2ax+a^2-1\leqslant 0\}=\{x|a-1\leqslant x\leqslant a+1\}$，

所以$\complement_R A=\{x|x<a-1$ 或 $x>a+1\}$，

因为 $B\cup(\complement_{\mathbf{R}}A)=\mathbf{R}$，

所以满足$\begin{cases}a-1\geqslant-4\\a+1\leqslant 5\end{cases}$，则 a 的取值范围为$\{a|-3\leqslant a\leqslant 4\}$. ……………………………… 10 分

18. 解：(1) $\because x>0, a>0$，

$\therefore f(x)=x+\frac{a}{x}\geqslant 2\sqrt{x\cdot\frac{a}{x}}=2\sqrt{a}$，当且仅当 $x=\frac{a}{x}$，即 $x=\sqrt{a}$ 时，等号成立，

$\therefore M=[2\sqrt{a},+\infty)$，不等式 $(x-a)(x-3a)<0$ 的解集为 $N=(a,3a)$.

$\because x\in M$ 是 $x\in \mathbf{N}$ 的必要不充分条件，$\therefore N\subset M$，

故 $\begin{cases} a>0 \\ 2\sqrt{a}\leqslant a \end{cases}$，解得 $a\geqslant 4$，故正整数 a 最小值为 4. ······································ 4 分

(2) 先证充分性：若 $a\leqslant 4$，则 $f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增.

①当 $a<0$ 时，$f(x)=x+\frac{a}{x}$，

$\because y=x$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，$y=\frac{a}{x}$ 在 $(2,+\infty)$ 上也单调递增，

$\therefore f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，

②当 $a=0$ 时，$f(x)=x$，显然 $f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，

③当 $0<a\leqslant 4$ 时，$f(x)=x+\frac{a}{x}$，

由对勾函数的性质可知函数 $f(x)$ 在 $(\sqrt{a},+\infty)$ 上单调递增（也可以用导数证明），

$\because 0<a\leqslant 4$，$\therefore 0<\sqrt{a}\leqslant 2$，

$\therefore f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增.

再证必要性：若 $f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，则 $a\leqslant 4$.

①当 $a<0$ 时，$f(x)=x+\frac{a}{x}$，

$\because y=x$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，$y=\frac{a}{x}$ 在 $(2,+\infty)$ 上也单调递增，

$\therefore f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore a<0$ 符合题意，

②当 $a=0$ 时，$f(x)=x$，显然 $f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore a=0$ 符合题意，

③当 $a>0$ 时，$f(x)=x+\frac{a}{x}$，

由对勾函数的性质可知函数 $f(x)$ 在 $(\sqrt{a},+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore \sqrt{a}\leqslant 2$，$\therefore 0<a\leqslant 4$.

综上所述，a 的取值范围为 $\{a\,|\,a\leqslant 4\}$.

即"$f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增"的充要条件是"$a\leqslant 4$". ······························ 12 分

19. 解：(1) 由题意，不等式 $x^2+ax+b<0$ 的解集为 $(-2,2)$，

即 -2 和 2 是方程 $x^2+ax+b=0$ 的两个根，所以 $\begin{cases} \Delta=a^2-4b>0 \\ -2+2=-a \\ -2\times 2=b \end{cases}$，解得 $a=0, b=-4$. ······

·· 4 分

(2)由(1)知 $h(x)=x^2-4$，可得 $g(x)=\dfrac{4x}{h(x)+5}=\dfrac{4x}{x^2+1}$，

若函数 $g(x)$ 存在 k 倍域函数，则存在区间 $[m,n]$，函数 $g(x)$ 的值域是 $[km,kn]$.

因为 $g(x)=\dfrac{4x}{x^2+1}(x\in[0,1])$，则 $g'(x)=\dfrac{4(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2}>0$

所以函数 $g(x)=\dfrac{4x}{x^2+1}$ 在 $[0,1]$ 上为单调递增函数.

所以 $\begin{cases} g(m)=km \\ g(n)=kn \end{cases}$，于是方程 $kx=\dfrac{4x}{x^2+1}$ 在 $[0,1]$ 上有两个不等实根.

即 $x(kx^2+k-4)=0$ 在 $[0,1]$ 上有两个不等实根.

显然 $x=0$ 是方程的一个解，所以 $kx^2+k-4=0$ 在 $(0,1]$ 至少有一个实根.

①当 $k=4$ 时，$x_1=x_2=0$，不合题意，舍去；

②当 $k>4$ 时，方程无实根，舍去；

③当 $0<k<4$ 时，$x_1=\sqrt{\dfrac{4-k}{k}}$，$x_2=-\sqrt{\dfrac{4-k}{k}}$（舍去）.

所以 $x_1=\sqrt{\dfrac{4-k}{k}}\leqslant 1$，解出 $k\geqslant 2$.

所以 $2\leqslant k<4$，又因为 $k\in\mathbf{N}$，所以 $k=2$ 或 $k=3$. ………………………………… 12 分

20. 解：(1)函数 $f(x)$ 求导得 $f'(x)=\dfrac{a}{x}+x-1-1=\dfrac{(x-1)^2+(a-1)}{x}$，$x>0$，

当 $a=1$ 时，$f'(3)=\dfrac{1}{3}+3-1-1=\dfrac{4}{3}$，$f(3)=\ln 3+\dfrac{1}{2}(3-1)^2-(3-1)=\ln 3$.

故曲线 $y=f(x)$ 在 $x=3$ 处的切线方程为 $y-\ln 3=\dfrac{4}{3}(x-3)$，即 $4x-3y-12+3\ln 3=0$.

………………………………………………………………………… 4 分

(2)由(1)知 $f'(x)=\dfrac{a}{x}+x-1-1=\dfrac{(x-1)^2+(a-1)}{x}$，$x>0$.

①当 $a-1\geqslant 0$ 时，即 $a\geqslant 1$ 时，$f'(x)\geqslant 0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$f(x)$ 无极值点.

②当 $0<a<1$ 时，由 $f'(x)=0$，得 $x_1=1-\sqrt{1-a}$，$x_2=1+\sqrt{1-a}$，

所以当 $x\in(0,x_1)$ 时，$f'(x)>0$，当 $x\in(x_1,x_2)$ 时，$f'(x)<0$，当 $x\in(x_2,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，

故 $f(x)$ 在 $(0,1-\sqrt{1-a})$ 上单调递增，在 $(1-\sqrt{1-a},1+\sqrt{1-a})$ 上单调递减，

在 $(1+\sqrt{1-a},+\infty)$ 上单调递增，所以 $f(x)$ 有两个极值点.

③当 $a<0$ 时，由 $f'(x)=0$，得 $x_1=1-\sqrt{1-a}<0$（舍去），$x_2=1+\sqrt{1-a}$，

$f(x)$ 在 $(0,1+\sqrt{1-a})$ 上单调递减，在 $(1+\sqrt{1-a},+\infty)$ 上单调递增，所以 $f(x)$ 有 1 个极值点.

综上，当 $f(x)$ 有两个极值点时，$0<a<1$，实数 a 的取值范围为 $(0,1)$. ………………… 12 分

21. 解：(1)当 $0<x<40$ 时，$L(x)=15\times 100x-10x^2-800x-2500=-10x^2+700x-2500$；

当 $x\geqslant 40$ 时，$L(x)=15\times 100x-1501x-\frac{2500}{x}+12400-2500=9900-(x+\frac{2500}{x})$.

所以 $L(x)=\begin{cases}-10x^2+700x-2500, 0<x<40,\\ 9900-(x+\frac{2500}{x}), x\geqslant 40.\end{cases}$ ………………………………………… 6 分

(2)当 $0<x<40$ 时，$L(x)=-10(x-35)^2+9750$，

当 $x=35$ 时，$L(35)=9750$，

当 $x\geqslant 40$ 时，$L(x)=9900-(x+\frac{2500}{x})\leqslant 9900-2\sqrt{x\cdot\frac{2500}{x}}=9800$，

当且仅当 $x=\frac{2500}{x}$，即 $x=50$ 时，等号成立.

因为 $9800>9750$，所以当 $x=50$ 时，即年生产 50 百辆时，该企业所获利润最大，且最大利润为 9800 万元. ………………………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)依题意，$g(x)=h(x)+\ln(x+2)-ax=e^x-ax, x>-2, g'(x)=e^x-a$，

当 $a\leqslant 0$ 时，$g'(x)=e^x-a>0$，函数 $g(x)$ 在 $(-2,+\infty)$ 上为增函数.

当 $a>0$ 时，令 $g'(x)=e^x-a=0$，则 $x=\ln a$.

若 $0<a\leqslant e^{-2}$，则 $\ln a\leqslant -2$，此时 $g(x)$ 在 $(-2,+\infty)$ 上为增函数；

若 $a>e^{-2}$，则 $\ln a>-2$，则当 $x\in(-2,\ln a)$ 时，$g'(x)=e^x-a<0$，$g(x)$ 在 $x\in(-2,\ln a)$ 上为减函数，当 $x\in(\ln a,+\infty)$ 时，$g'(x)=e^x-a>0$，$g(x)$ 在 $x\in(\ln a,+\infty)$ 上为增函数.

综上所述，当 $a\leqslant e^{-2}$ 时，$g(x)$ 在 $(-2,+\infty)$ 上为增函数；

当 $a>e^{-2}$ 时，$g(x)$ 在 $x\in(-2,\ln a)$ 上为减函数，在 $x\in(\ln a,+\infty)$ 上为增函数. …… 6 分

(2)已知不等式 $e^x-\ln(x+2)>k$ 恒成立，则 $h(x)_{\min}>k$.

由 $h'(x)=e^x-\frac{1}{x+2}(x>-2)$ 知，$h'(x)$ 在 $(-2,+\infty)$ 上单调递增，

又 $h'(-1)=\frac{1}{e}-1<0, h'(0)=\frac{1}{2}>0$，

所以存在唯一的 $x_0\in(-1,0)$，使得 $h'(x_0)=e^{x_0}-\frac{1}{x_0+2}=0$ ①.

当 $x\in(-2,x_0)$ 时，$h'(x)<0$，所以 $h(x)$ 单调递减；当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，所以 $h(x)$ 单调递增，

所以 $h(x)_{\min}=h(x_0)=e^{x_0}-\ln(x_0+2)$.

由①代换可得 $h(x)_{\min}=h(x_0)=\frac{1}{x_0+2}+x_0=(\frac{1}{x_0+2})+(x_0+2)-2$.

又 $x_0\in(-1,0)$，$x_0+2\in(1,2)$，又 $y=t+\frac{1}{t}$ 在 $(1,2)$ 上单调递增，所以 $h(x_0)\in(0,\frac{1}{2})$，

又 $h(x_0)>k$ 且 k 为整数，所以 k 的最大值为 0. ………………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。