

南京市盐城市 2022 届高三年级第二次模拟考试

数 学

一. 单项选择题

1. 已知集合 $A = \{x | y = \ln(x-2)\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$, 则 $A \cup B =$

- A. [1,3] B. (2,3] C. [1,+∞) D. (2,+∞)

【答案】 C

2. 若 $(2+i)z = i$, 其中 i 为虚数单位, 则复数 z 在复平面内对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】 A

3. 已知 \vec{a}, \vec{b} 为单位向量, 若 $|\vec{a}-2\vec{b}| = \sqrt{5}$, 则 $|\vec{a}+2\vec{b}| =$

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{7}$ D. 5

【答案】 B

4. 利用诱导公式可以将任意角的三角函数值转化为 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之间角的三角函数值, 而这个范围内的三角函数值又可以通过查三角函数表得到. 下表为部分锐角的正弦值, 则 $\tan 1600^\circ$ 的值为 (小数点后保留 2 位有效数字)

α	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
$\sin \alpha$	0.1736	0.3420	0.5000	0.6427	0.7660	0.8660	0.9397	0.9848

【答案】 B

5. 已知圆锥的顶点和底面圆周均在球 O 的球面上. 若该圆锥的底面半径为 $2\sqrt{3}$, 高为 6, 则球 O 的表面积为

- A. 32π B. 48π C. 64π D. 80π

【答案】 C

6. 泊松分布是统计学里常见的离散型概率分布, 由法国数学家泊松首次提出. 泊松分布的概率分布列为

$P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} (k=0,1,2,\dots)$, 其中 e 为自然对数的底数, λ 为泊松分布的均值. 已知某种商品每周销售的件数

相互独立, 且服从参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的泊松分布. 若每周销售 1 件该商品与每周销售 2 件该商品的概率相等, 则两周共销售 2 件该商品的概率为

- A. $\frac{2}{e^2}$ B. $\frac{4}{e^2}$ C. $\frac{6}{e^2}$ D. $\frac{8}{e^2}$

【答案】 D

10. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过原点 O 的动直线 l 交抛物线于另一点 P , 交抛物线的准线于点 Q , 下列说法正确的是

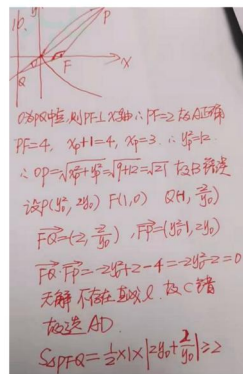
A. 若 O 为线段 PQ 中点, 则 $PF = 2$

B. 若 $PF = 4$, 则 $OP = 2\sqrt{5}$

C. 存在直线 l , 使得 $PF \perp QF$

D. ΔPFQ 的最小值为 2

【答案】 AD



11. 设函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$, $\omega > 0$, 下列说法正确的是

A. 当 $\omega = 2$ 时, $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称

B. 当 $\omega = \frac{1}{2}$ 时, $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上是增函数

C. 若 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的最小值为 -2 , 则 ω 的取值范围为 $[\frac{7}{6}, \frac{5}{3}]$

D. 若 $f(x)$ 在 $[-\pi, 0]$ 上恰有 2 个零点, 则 ω 的取值范围为 $[\frac{4}{3}, \frac{5}{3}]$

【答案】 AC

【解析】 对于 A, $x = \frac{\pi}{12}$, $2 \times \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$, 故 A 正确;

对于 B, $\frac{\pi}{3} \leq \frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{7\pi}{12}$, 不单调, 故 B 错误;

7. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 右顶点为 A , 上顶点为 B , 过点 F 与 x 轴垂直的直线与直线

AB 交于点 P . 若线段 OP 中点在椭圆 C 上, 则椭圆 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{7}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}-1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}-1}{3}$

【答案】 A

8. 已知实数 $a, b \in (1, +\infty)$, 且 $2(a+b) = e^{2a} + 2\ln b + 1$, e 为自然对数的底数, 则

- A. $1 < b < a$ B. $a < b < 2a$ C. $2a < b < e^a$ D. $e^a < b < e^{2a}$

【答案】 D

【解析】 $2(a+b) = e^{2a} + 2\ln b + 1 \Rightarrow 2(b-a) = e^{2a} - 4a + 1 + 2\ln b$

令 $f(x) = e^x - 2x (x > 2)$, 则 $f'(x) = e^x - 2 = 0 \Rightarrow x = \ln 2 \Rightarrow f(x) > e^x - 4 + 1 > 0, b > a, A$ 错;

$2(b-2a) = e^{2a} - 6a + 2\ln b + 1, g(x) = e^x - 3x + 1 + 2\ln b (x > 2) \Rightarrow g(x) > e^x - 6 + 1 > 0, b > 2a, B$ 错;

$2(b-e^a) = -2a - 2e^a + e^{2a} + 2\ln b + 1 = e^a(e^a - 2) - 2a + 1 + 2\ln b$

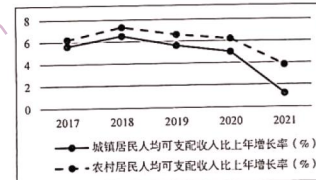
$h(x) = e^{2x} - 2e^x - 2x + 1 (x > 1) \Rightarrow h'(x) = 2(e^{2x} - e^x - 1) > 2(e^2 - e - 1) > 0$

$h(x) > e^2 - 2e - 1 > 0 \Rightarrow 2(b-e^a) > 0, C$ 错;

二. 多项选择题

9. 我国居民收入与经济同步增长, 人民生活水平是显著提高. “三农”工作重心从脱贫攻坚转向全面推进乡村振兴, 稳步实施乡村建设行动, 为实现农村富强目标二努力. 2017 年~2021 年某市城镇居民, 农村居民人均可支配收入比上年增长率如下图所示. 根据下图数据, 下列说法一定正确的是

- A. 该市农村居民人均可支配收入高于城镇居民
B. 对于该市居民人均可支配收入比上年增长率, 城镇比农村的大
C. 对于该市居民人均可支配收入比上年增长率的中位数, 农村比城镇的大
D. 2021 年该市城镇居民, 农村居民人均可支配收入比 2020 年两有所上升



(第 9 题图)

【解析】 BCD

对于 C, $\omega x + \frac{\pi}{3} \in [\frac{\pi}{3}, \omega x + \frac{\pi}{3}] \Rightarrow \omega x + \frac{\pi}{3} \geq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \omega \geq \frac{9}{6} - \frac{2}{6} = \frac{7}{6}$, 故 C 正确;

对于 D, $\omega x + \frac{\pi}{3} \in [\frac{\pi}{3}, \omega x + \frac{\pi}{3}] \Rightarrow -2\pi < \frac{\pi}{3} - \omega x \leq -\pi \Rightarrow \frac{4}{3} \leq \omega < \frac{7}{3}$, 故 D 错误;

综上所述, 故选 AC.

12. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PA = 2$. 若点 E, F, G 分别为棱 AB, AD, PC 的中点, 则

- A. $AG \perp$ 平面 PBD
B. 直线 FG 和直线 AB 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$
C. 当点 T 在平面 PBD 内, 且 $TA + TG = 2$ 时, 点 T 的轨迹为一个椭圆
D. 过点 E, F, G 的平面与四棱锥 $P-ABCD$ 表面交线的周长为 $2\sqrt{2} + \sqrt{6}$

【答案】 ABD

【解析】

选项 A: 将四棱锥补全成正方体, 则 AG 为正方体对角线

$\therefore AG \perp$ 平面 PBD . A 正确.

选项 B: 建系, $B(2, 0, 0), G(1, 1, 1), F(0, 1, 0)$

$\vec{FG} = (1, 0, 1), \vec{AB} = (2, 0, 0)$

$\cos \langle \vec{FG}, \vec{AB} \rangle = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore FG$ 与 AB 所成角为 $\frac{\pi}{4}$. B 正确.

选项 C: $TA + TG = 2 > \sqrt{3} = AG$, T 的轨迹是以 AG 所在直线为长轴的椭圆, 又 $AG \perp$ 平面 PBD , 所以平面 PBD 截椭圆截线是圆, 故 C 错.

交线如图, $EF + EG + FF_1 + E_1G + GF_1 = \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$

$E_1G = \sqrt{(\frac{2\sqrt{2}}{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{\frac{2}{2} + 3} = \sqrt{\frac{7}{2}}$

$E_1G = \frac{\sqrt{6}}{2} \therefore E_1G + GF_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 交线长为 $\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$, 故 D 正确.

三. 填空题

13. 实数 a, b 满足 $\lg a + \lg b = \lg(a+2b)$, 则 ab 的最小值为 _____

【解析】 $ab = a + 2b \geq 2\sqrt{2ab} \Rightarrow ab \geq 8$, 故 ab 的最小值为 8.

14. 2022 年北京冬奥会吉祥物“冰墩墩”和冬残奥会的吉祥物“雪容融”, 有着可爱的外表和丰富的寓意, 深受各国人民的喜爱. 某商店有 4 个不同造型的“冰墩墩”吉祥物和 3 个不同造型的“雪容融”展示在柜台上, 要求“冰墩墩”和“雪容融”彼此间隔排列, 则不同的排列方法种数为 _____ (用数字作答)

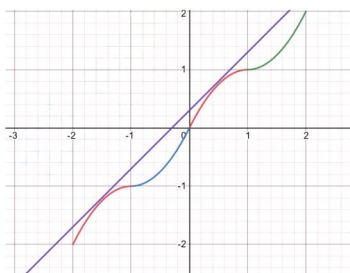
【解析】 彼此间隔即为“冰”“雪”排列, 所以共 $A_4^4 \cdot A_3^3 = 144$ 种

14. 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(1-x) + f(1+x) = 2$, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 2x - x^2$. 若 $f(x) \geq x + b$ 对一切 $x \in R$ 恒成立, 则实数 b 的最大值为 _____

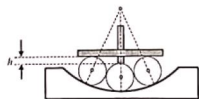
【答案】 $-\frac{1}{4}$

【解析】由 $f(1-x) + f(1+x) = 2$ 得，函数关于 $(1,1)$ 对称 $f(x)$

所以可得如下图像，即 b 最大时为直线 $y=x+b$ 与图中蓝色曲线相切时，即 b 最大为 $-\frac{1}{4}$



16. 某中学开展劳动实习，学生需测量某圆弧中的半径，如图，将三个半径为 20cm 的小球放在圆弧上，使它们与圆弧都相切，左、右两个小球与中间小球相切，利用“十”字尺测得小球的高度是 h 为 8cm，则圆弧的半径为多少。



(第 16 题图)

【解析】120

四. 解答题

17. 在平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$, $\angle ADC = \frac{\pi}{6}$, AC 平分 $\angle BAD$

(1) 若 $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, $AC=2$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.

(2) 若 $CD=2\sqrt{3}AB$, 求 $\tan \angle BAC$ 的值.

【解析】(1) 因为 AC 平分 $\angle BAD$ ，且 $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ，所以 $\angle BAC = \angle DAC = \frac{\pi}{6}$
在三角形 ABC 中， $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$, $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$ ，所以 $\angle BCA = \frac{\pi}{6}$
即 $AB = BC$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin \angle BCA = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

在三角形 ADC 中， $\angle CAD = \frac{\pi}{6}$, $\angle ADC = \frac{\pi}{6}$ ，所以 $\angle BCA = \frac{2\pi}{3}$

$$\text{所以 } S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} DC \cdot AC \cdot \sin \angle ACD = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, \text{ 即 } S_{ABCD} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(2) 设 $\angle BAC = \angle DAC = \theta$ ， $AB = x$ ，则 $CD = 2\sqrt{3}x$

在三角形 ABC 中，由正弦定理得 $\frac{AC}{\sin \angle ABC} = \frac{AB}{\sin \angle BCA}$ ，即 $\frac{AC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{x}{\sin(\theta + \frac{2\pi}{3})}$

同理在三角形 ADC 中有 $\frac{AC}{\sin \angle ADC} = \frac{CD}{\sin \angle CAD} \Rightarrow \frac{AC}{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{3}x}{\sin \theta}$

两式相除得 $2 \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) = \sin \theta$ ，化简得 $\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

所以 $\tan \angle BAC$ 的值是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

18. 已知数列 $\{a_n\}$ ，当 $n \in [2^k-1, 2^k)$ 时， $a_n = 2^k, k \in \mathbb{N}^+$ ，记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n

(1) 求 a_2, a_{20} .

(2) 求使得 $S_n < 2022$ 成立的正整数 n 的最大值.

【解析】(1) 由已知得 $n=2 \in [2^1, 2^2)$ ，所以 $a_2 = 2^2 = 4$ ，

同理 $n=20 \in [2^4, 2^5)$ ，所以 $a_{20} = 2^5 = 32$ ；

(2) $n \in [2^0, 2^1)$ 时， $a_1 = 2^0$

$n \in [2^1, 2^2)$ 时， $a_2 = a_3 = 2^1$

$n \in [2^2, 2^3)$ 时， $a_4 = a_5 = \dots = a_7 = 2^2$

$n \in [2^3, 2^4)$ 时， $a_8 = a_9 = \dots = a_{15} = 2^3$

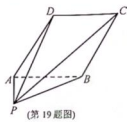
$n \in [2^4, 2^5)$ 时， $a_{16} = a_{17} = \dots = a_{31} = 2^4$

$n \in [2^5, 2^6)$ 时， $a_{32} = a_{33} = \dots = a_{63} = 2^5$

所以 $S_{31} = 682$

即 $S_n = 682 + (n-31) \cdot 2^5 < 2022$ ，解得 $n < 31 + \frac{1340}{2^5}$ ，即 n 的最大值是 51.

18. 如图, 在四棱锥 P-ABCD 中, 四边形 ABCD 是边长为 2 的菱形, $\triangle PAB$ 是边长为 2 的等边三角形, $PD \perp AB, PD = \sqrt{6}$.
(1) 求证: 平面 PAB \perp 平面 ABCD.
(2) 求平面 PAB 和平面 PCD 所成锐二面角的大小.



【解析】(1) 设 AB 中点为 M, 因为 $\triangle PAB$ 是边长为 2 的等边三角形, 所以 $PM \perp AB$, $PM = \sqrt{3}$

因为四边形 ABCD 是边长为 2 的菱形, 所以 $DM \perp AB$, $DM = \sqrt{3}$

在三角形 PDM 中, $PM = \sqrt{3}$, $DM = \sqrt{3}$, $PD = \sqrt{6}$

所以 $PD^2 = DM^2 + PM^2$, 即 $PM \perp DM$

因为 $PM \perp AB$, $PM \perp DM$, $DM \cap AB = M$, $DM \subset$ 面 ABCD, $AB \subset$ 面 ABCD

所以 $PM \perp$ 面 ABCD

又因为 $PM \subset$ 面 PAB, 所以面 PAB \perp 面 ABCD

- (2) 因为 $PM \perp AB$, $DM \perp AB$, $DM \cap PM = M$, $DM \subset$ 面 PDM, $PM \subset$ 面 PDM

所以 $AB \perp$ 面 PDM

又因为 $PM \subset$ 面 PDM, 所以 $AB \perp PM$, 即 AB, DM, PM 两两垂直

以 M 为原点, MP 所在直线为 x 轴, MB 所在直线为 y 轴, MD 所在直线为 z 轴建立空间坐标系

由已知得 $P(\sqrt{3}, 0, 0)$, $A(0, -1, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $D(0, 0, \sqrt{3})$, $C(0, 2, \sqrt{3})$

所以 $\vec{DC} = (0, 2, 0)$, $\vec{DP} = (\sqrt{3}, 0, -\sqrt{3})$

设面 PCD 法向量为 $\vec{n} = (a, b, c)$

所以 $\begin{cases} \vec{DC} \cdot \vec{n} = 0 \\ \vec{DP} \cdot \vec{n} = 0 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} b = 0 \\ a = c \end{cases}$, 设 $a = 1$, 即 $\vec{n} = (1, 0, 1)$

由已知设面 PAB 法向量为 $\vec{m} = (0, 0, 1)$

设面 PAB 与面 PCD 所成锐二面角为 θ , 则 $\cos \theta = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

答: 面 PAB 与面 PCD 所成锐二面角的大小为 $\frac{\pi}{4}$.

7

$$x_1 + x_2 = \frac{2km}{1-k^2}, x_1 x_2 = \frac{-m^2-2}{1-k^2}, |AB| = \sqrt{1+k^2} |x_1 - x_2| \Rightarrow \frac{1}{4} |AB|^2 = \frac{m^2 + m^2 k^2 + 2(1-k^4)}{(1-k^2)^2}$$

设 AB 中点 M, $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{km}{1-k^2}$; $y_M = \frac{m}{1-k^2}$, 易求 AB 的中垂线: $y = -\frac{1}{k}(x - \frac{km}{1-k^2}) + \frac{m}{1-k^2}$

显然外接圆心为 AB 中垂线与 y 轴交点 $N(0, \frac{2m}{1-k^2})$

$$|MN|^2 = \frac{k^2 m^2}{(1-k^2)^2} + \frac{m^2}{(1-k^2)^2} = \frac{k^2 m^2 + m^2}{(1-k^2)^2}, |BN|^2 = |NO|^2 = \frac{4m^2}{(1-k^2)^2}$$

$$RTANMB \text{ 中 } |BM|^2 + |MN|^2 = |BN|^2 \Rightarrow \frac{k^2 m^2 + m^2 + m^2 + k^2 m^2 + 2(1-k^4)}{(1-k^2)^2} = \frac{4m^2}{(1-k^2)^2}$$

$$\Rightarrow m^2(1-k^2) = (1-k^4) \Rightarrow m^2 = 1+k^2$$

因此原点到 AB 的距离 $d = \frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}} = \frac{|m|}{\sqrt{m^2}} = 1$, 因此直线与该圆相切

22. 设函数 $f(x) = ae^x + \sin x - 3x - 2$, e 为自然对数的底数, $a \in \mathbb{R}$.

(1) 若 $a \leq 0$, 求证: 函数 $f(x)$ 由唯一的零点;

(2) 若函数 $f(x)$ 有唯一的零点, 求 a 的取值范围.

【解析】

(1) $f'(x) = ae^x + \cos x - 3$,

$\because a < 0, e^x > 0, \therefore ae^x < 0$, 又 $\because -1 \leq \cos x \leq 1, \therefore \cos x - 3 < 0$

$\therefore f'(x) < 0, \therefore f(x)$ 在 \mathbb{R} 单增

易知 $f(0) = a - 2 < 0$

$a \leq 0$, 当 $x < 0$ 时, $ae^x > -1 \Rightarrow f(x) > -1 + \sin x - 3x - 2 = \sin x - 3x - 3$, 显然 $f(-\pi) > 3\pi - 3 > 0$

$\therefore f(-\pi) \cdot f(0) < 0$

由零点存在性定理, 该函数有唯一零点

(2) 由 (1) 得 $a \leq 0$ 是, 函数唯一的零点 $f(x)$, 下讨论 $a > 0$ 时

20. 最新研发的某产品每次实验结果为成功或不成功, 且试验成功率为 p ($0 < p < 1$). 现对该产品进行独立重复试验, 若试验成功, 实验结束; 若实验不成功, 则继续实验, 且最多试验 10 次. 记 X 为实验结束时所进行的试验次数, 且每次实验的成本为 a (a > 0) 元.

(1) ① 写出 X 的分布列; ② 证明 $E(X) < \frac{1}{p}$

(2) 某公司意向投资该产品. 若 $p = 0.25$, 且试验成功则获利 5a 元, 则该公司如何决策投资, 并说明理由.

【解析】(1) ① X 的可能取值为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 则 X 的分布列为

X	1	2	3	4	5	6
P	p	(1-p)p	(1-p) ² p	(1-p) ³ p	(1-p) ⁴ p	(1-p) ⁵ p
X	7	8	9	10		
P	(1-p) ⁶ p	(1-p) ⁷ p	(1-p) ⁸ p	(1-p) ⁹ p		

(2) ① 得 $E(X) = p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2 p + 4(1-p)^3 p + \dots + 10(1-p)^9$

令 $T = E(X)$, 则 $pT = 1 + 1 - p + \dots + (1-p)^9 - 10(1-p)^{10}$

所以 $T = \frac{1 - (1-p)^{10}}{p^2} - \frac{10(1-p)^{10}}{p} \Rightarrow E(X) = \frac{1 - (1-p)^{10}}{p} < \frac{1}{p}$

21. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 经过点 $(\sqrt{3}, 1)$, 且渐近线方程为 $y = \pm x$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 点 A, B, D 是双曲线 C 上不同的三点, 且 B, D 两点关于 y 轴对称, $\triangle ABD$ 的外接圆经过原点 O. 求证:

直线 AB 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切.

【解析】(1) 由题意得 $\begin{cases} \frac{3}{a^2} - \frac{1}{b^2} = 1 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow a = b = \sqrt{2}$

(2) 设 $B(x_1, y_1), D(-x_1, y_1), A(x_2, y_2)$

由题意可知 AB 斜率存在且 $\neq \pm 1$, 故设 AB: $y = kx + m$,

$$\begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = kx + m \\ (1-k^2)x^2 - 2kmx - m^2 - 2 = 0 \\ \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases}$$

$$f(x) = e^x(a + \frac{\sin x - 3x - 2}{e^x}) = 0 \Leftrightarrow a + \frac{\sin x - 3x - 2}{e^x} = 0$$

$$\text{设 } g(x) = a + \frac{\sin x - 3x - 2}{e^x}, g'(x) = \frac{\cos x - \sin x + 3x - 1}{e^x}, \text{ 显然 } g'(0) = 0$$

$$\text{设 } u(x) = \cos x - \sin x + 3x - 1, u(0) = 0, u'(x) = -\sin x - \cos x + 3 = 3 - \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) > 0$$

因此, $u(x)$ 在 \mathbb{R} 单增, $x < 0 \Rightarrow u(x) < 0 \Rightarrow g'(x) < 0 \Rightarrow g(x)$ 单减

$x > 0 \Rightarrow u(x) > 0 \Rightarrow g'(x) > 0 \Rightarrow g(x)$ 单增

故 $g(x)_{\min} = g(0) = a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$

当 $0 < a < 2$ 时, $g(0) < 0$, 若 $x > 0$, 则 $e^x > x^2, \sin x \geq -1$

$$g(x) = \frac{a \sin x + \sin x - 3x - 2}{e^x} > \frac{ax^2 - 3x - 3}{e^x}, g(-1) > 0$$

$$g(-1) > 0, g(\frac{3+2\sqrt{1+3a}}{2a}) > \frac{a(\frac{3+2\sqrt{1+3a}}{2a})^2 - 3(\frac{3+2\sqrt{1+3a}}{2a}) - 1}{e^{\frac{3+2\sqrt{1+3a}}{2a}}} = 0$$

所以 $g(x)$ 又 2 个零点,

综上所述, $a \in (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线