

2022—2023 学年度下学期高三第一次模拟考试试题

数 学

命题人：抚顺二中 孙振刚 沈阳二中 牛大伟

时间：120 分钟 满分：150 分

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题(本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{x | \frac{1}{2} \leq x \leq 4\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 若 $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 则 $\frac{z\bar{z}}{z^2+1} =$ ()

- A. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

3. 6 名老师被安排到甲、乙、丙三所学校支教，每名老师只去 1 所学校，甲校安排 1 名老师，乙校安排 2 名老师，丙校安排 3 名老师，则不同的安排方法共有 ()

- A. 30 种 B. 60 种 C. 90 种 D. 120 种

4. 某同学在参加实践课时，制作了一个工艺品，如图所示，该工艺品可以看成是一个球被一个棱长为 $4\sqrt{3}$ 的正方体的六个面所截后剩余的部分(球心与正方体的中心重合)，若其中一个截面圆的周长为 4π ，则该球的半径是 ()

- A. 2
B. 4
C. $2\sqrt{6}$
D. $4\sqrt{6}$



5. 已知 $a = \frac{2}{\ln 4}$, $b = \frac{\ln 3}{\ln 2}$, $c = \frac{3}{2}$, 则 a, b, c 大小关系是 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > c > a$ D. $c > b > a$

6. 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$, 则下列说法错误的是 ()

- A. $f(x)$ 的周期为 2π B. $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上单调递增
C. $f(x)$ 的对称中心为 $(k\pi, 0)$, $(k \in \mathbb{Z})$ D. $f(x)$ 在 $(\pi, 2\pi)$ 上单调递减

7. 已知 P 为直线 $y = -x - 1$ 上一动点, 过点 P 作抛物线 $C: x^2 = 2y$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 则原点到直线 AB 的距离的最大值为()

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. 2

8. 设 $k > 0$, 若不等式 $k \ln(kx) - e^x \leq 0$ 在 $x > 0$ 时恒成立, 则 k 的最大值为()

- A. e B. 1 C. e^{-1} D. e^2

二、多项选择题(本题共4小题, 每小题5分, 共20分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合要求, 全部选对得5分, 选对但不全的得2分, 有选错的得0分)

9. 给定组数 5, 4, 3, 5, 3, 2, 2, 3, 1, 2, 则这组数据的()

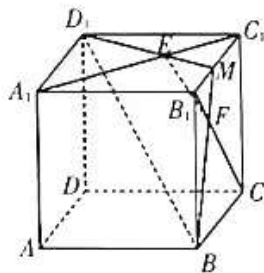
- A. 中位数为 3 B. 方差为 $\frac{8}{5}$ C. 众数为 3 D. 85% 分位数为 4.5

10. 设正实数 a, b 满足 $a + 2b = 1$, 则()

- A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b}$ 有最小值 4 B. $\frac{ab}{a+2b}$ 有最大值 $\frac{1}{4}$
C. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 有最大值 $\sqrt{2}$ D. $a^2 + 4b^2$ 有最小值 $\frac{1}{2}$

11. 如图, 在棱长为 1 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为 B_1C_1 的中点, E 为 A_1C_1 与 D_1M 的交点, F 为 BM 与 CB_1 的交点, 则下列说法正确的是()

- A. A_1C_1 与 D_1B 垂直
B. EF 是异面直线 A_1C_1 与 B_1C 的公垂线段,
C. 异面直线 A_1C_1 与 B_1C 所成的角为 $\frac{\pi}{2}$
D. 异面直线 A_1C_1 与 B_1C 间的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$



12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且 $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n^2 + 1}, n \in \mathbb{N}^*$, 则下列说法正确的是()

- A. 数列 $\{a_n\}$ 为递减数列 B. $0 < a_n \leq 1$
C. $a_{10} \in (\frac{1}{8}, \frac{1}{7})$ D. $\frac{1}{11} < a_{50} < \frac{1}{10}$

三、填空题(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分)

13. 函数 $y = \sin(3x + \frac{\pi}{6})$ 向左或向右平移 $m (m > 0)$ 个单位后, 所得图像关于 y 轴对称, 则 m 的最小值是_____.

14. 2022年卡塔尔世界杯是第二十二届世界杯足球赛, 是历史上首次在卡塔尔和中东国家境内举行. 某支深受广大喜爱的足球队在对球员的使用上总是进行数据分析, 根据以往的数据统计, A 运动员能够胜任中锋、边锋及前腰三个位置, 且出场率分别为 0.2, 0.5, 0.3, 当该运动员担当中锋、边锋及前腰时, 球队输球的概率依次为 0.4, 0.2, 0.2. 当 A 球员参加比赛时, 该球队某场比赛不输球的概率为_____.

15. 设点 P 在单位圆的内接正六边形 $A_1A_2 \cdots A_6$ 的边 A_1A_2 上, 则 $\overline{PA_1}^2 + \overline{PA_2}^2 + \cdots + \overline{PA_6}^2$ 的取值范围是_____.

16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$, A, B 是椭圆上两点, 线段 AB 的垂直平分线与 x 轴交于 $P(x_0, 0)$, 则 x_0 的取值范围是_____.

四、解答题(本大题共6小题,共70分,解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤)

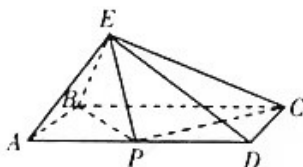
17.(10分)在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C = -1 + \sin B \sin C$.

- (1)求 A ;
(2)若 $b+c=6$,求 $\triangle ABC$ 的中线 AM 的最小值.

18.(12分)如图,已知四棱锥 $E-ABCD$,底面 $ABCD$ 是平行四边形,且 $\angle DAB = \frac{\pi}{3}$, $AD=2AB=2$, $BE=PE$, P 是线段 AD 的中点, $BE \perp PC$.

- (1)求证: $PC \perp$ 平面 BPE ;
(2)下列条件任选其一,求二面角 $P-EC-B$ 的余弦值.

- ① AE 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$;
② D 到平面 EPC 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.



注:如果选择多个条件分别解答,按一个解答计分.

19.(12分)已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = \frac{n}{n+1}$ ($n \in \mathbb{N}_+$), 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1$, 且 $b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n+2}$ ($n \in \mathbb{N}_+$).

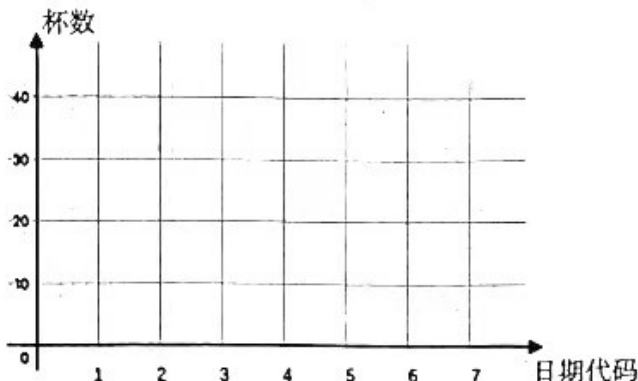
- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2)求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
(3)对于 $n \in \mathbb{N}_+$, 试比较 b_{n+1} 与 a_n 的大小.

20.(12分)秋天的第一杯奶茶是一个网络词汇,最早出自四川达州一位当地民警之口,民警用“秋天的第一杯奶茶”顺利救下一名女孩,由此而火爆全网。后来很多人开始在秋天里买一杯奶茶送给自己在意的人。某奶茶店主记录了入秋后前7天每天售出的奶茶数量(单位:杯)如下:来源:高三答案公众号

日期	第一天	第二天	第三天	第四天	第五天	第六天	第七天
日期代码 x	1	2	3	4	5	6	7
杯数 y	4	15	22	26	29	31	32

问:(1)请根据以上数据,绘制散点图,并根据散点图判断, $y = a + bx$ 与 $y = c + d \ln x$ 哪一个

更适宜作为 y 关于 x 的回归方程模型(给出判断即可,不必说明理由);



(2) 建立 y 关于 x 的回归方程(结果保留 1 位小数), 并根据建立的回归方程, 试预测要到哪一天售出的奶茶才能超过 35 杯?

(3) 若每天售出至少 25 杯即可盈利, 则从第一天至第七天中任选三天, 记随机变量 X 表示盈利的天数, 求随机变量 X 的分布列.

参考公式和数据: 其中 $u_i = \ln x_i$, $\bar{u} = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 u_i$.

回归直线方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

\bar{y}	\bar{u}	$\sum_{i=1}^7 x_i y_i$	$\sum_{i=1}^7 u_i y_i$	$\sum_{i=1}^7 u_i^2$	$e^{2.1}$
22.7	1.2	759	235.1	13.2	8.2

21. (12分) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(2, 0)$, 左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 且 D 为 C 上不与 A_1, A_2 重合的一点, 直线 DA_1, DA_2 的斜率之积为 3.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 平面一点 $T(m, n) (m < 1)$ 且 T 不在 C 上, 过 T 的两条直线分别交 C 的右支于 A, B 两点和 P, Q 两点, 若 A, B, Q, P 四点在同一圆上, 求直线 AB 的斜率与直线 PQ 的斜率之和.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = 2\ln x + ax^2 + bx$. (a, b 为实数)

(1) 当 $a=1, b=1$ 时, 若正实数 x_1, x_2 满足 $f(x_1) + f(x_2) = 4$, 证明: $x_1 + x_2 \geq 2$.

(2) 当 $a=0$ 时, 设 $g(x) = e^{-x} + \frac{1}{2} x f(x)$, 若 $g(x) \geq 0$ 恒成立, 求 b 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线