

2023 年高三第二次模拟考试

数学试题

本试卷满分 150 分，考试用时 120 分钟

注意事项：

- 答卷前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、班级、考号填写在答题卡上。将条形码横贴在答题卡右上角“贴条形码区”。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案写在本试卷上无效。
- 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
- 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

密
封
线

- 若集合 $A = \{x | x^2 - 2x \leq 0\}$ ，集合 $B = \{x | 1 \leq x < 3\}$ ，则 $A \cup B =$
 A. $\{x | x < 3\}$ B. $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$ C. $\{x | 0 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 2 \leq x < 3\}$
- 若 $(1+i) \cdot z = 4i$ ，则 z 的共轭复数为
 A. $2+2i$ B. $2-2i$ C. $-2+2i$ D. $-2-2i$
- 2020 年 9 月 22 日，在第 75 届联合国大会期间，中国提出将提高国家自主贡献力度，采取更加有力的政策和措施，二氧化碳排放力争于 2030 年前达到峰值，努力争取 2060 年前实现碳中和。要实现这个承诺，我国要牢固树立创新、协调、绿色、开放、共享等新发展理念，抓住新一轮科技革命和产业变革的历史性机遇，汇聚各方力量推动经济社会发展转型。2023 年 2 月 28 日，国家统计局发布的《中华人民共和国 2022 年国民经济和社会发展统计公报》显示，2022 年全年我国新能源汽车产量达到 700.3 万辆，如果从 2023 年起，今后 3 年我国新能源汽车产量年均增长率为 20%，则 2025 年全年，我国新能源汽车产量预计能达到约（ ）万辆
 A. 1210.12 B. 1008.43 C. 1452.14 D. 1451.52
- 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F ， B 为虚轴上端点， M 是 BF 中点， O 为坐标原点， OM 交双曲线右支于 N ，若 FN 垂直于 x 轴，则双曲线 C 的离心率为
 A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- 已知函数 $f(x) = \cos(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ，则下列结论错误的是
 A. $\omega=1$ 时， $f(x)$ 关于 $x = \frac{2\pi}{3}$ 对称
 B. $\omega=1$ 时， $f(x)$ 的一个周期为 -2π
 C. $\omega=2$ 时， $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增
 D. $\omega=2$ 时， $f(x) = \frac{1}{2}$ 的两个零点为 x_1, x_2 ，则 $|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{3}$

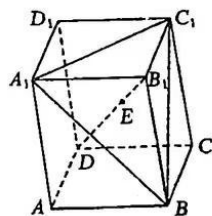
高三数学试题第 1 页（共 4 页）

6. 三位同学参加某项体育测试, 每人要从 100m 跑、引体向上、跳远、铅球四个项目中选出两个项目参加测试, 则有且仅有两人选择的项目完全相同的概率是

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{7}{12}$

7. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=1$, $AA_1=2$, 对角线 B_1D 与平面 A_1BC_1 交于 E 点. 则 A_1E 与面 AA_1D_1D 所成角的余弦值为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$



8. 已知函数 $f(x)=\ln x(a>0)$, 过点 $M(0, \frac{1}{a})$ 且平行于 x 轴的直线与曲线 $C: y=f(x)$ 的交点为 N , 曲线 C 过点 N 的切线交 y 轴于点 P , 则 $\triangle MNP$ 面积的最小值为

- A. 1 B. $\frac{e}{2}$ C. $\frac{e^2}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}e}{2}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知直线 $l: kx-y-k=0$, 圆 $M: x^2+y^2+Dx+Ey+1=0$ 的圆心坐标为 $(2, 1)$, 则下列说法正确的是

- A. 直线 l 恒过点 $(1, 0)$
B. $D=-4, E=-2$
C. 直线 l 被圆 M 截得的最短弦长为 $2\sqrt{3}$
D. 当 $k=1$ 时, 圆 M 上存在无数对点关于直线 l 对称

10. 已知函数 $f(x)=ax^3-3x+1$, 则

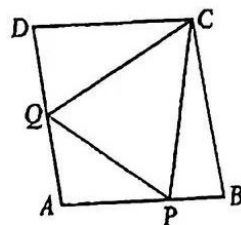
- A. $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 单调递减, 则 $a>1$
B. 若 $a>0$, 则函数 $f(x)$ 存在 2 个极值点
C. 若 $a=1$, 则 $f(x)$ 有三个零点
D. 若 $f(x)\geq 0$ 在 $[-1, 1]$ 恒成立, 则 $a=4$

11. 已知抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点为 F , 点 K 为抛物线 C 的准线与 x 轴的交点, 过点 K 的直线 l 与抛物线 C 交于不同的两点 M, N , 则

- A. $k_{FM}+k_{FN}=0$
B. 存在一点 Q 为 MN 中点, 使得 $|FQ|=2$
C. 存在这样的直线 l 使 $\angle MKF=45^\circ$ 成立
D. $|k_{FM}-k_{FN}|=4$

12. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, P, Q 分别为边 AB, DA 上的动点, 若 $\triangle APQ$ 的周长为定值 2, 则

- A. $\angle PCQ$ 的大小为 30°
B. $\triangle PCQ$ 面积的最小值为 $\sqrt{2}-1$
C. PQ 长度的最小值为 $2\sqrt{2}-2$
D. 点 C 到 PQ 的距离可以是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$



三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

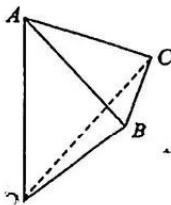
13. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足：对于 $\forall x_1, x_2 \in R$ 且 $x_1 \neq x_2$ ，① $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$ ，② $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ ，

试写出满足以上两个条件的一个函数_____。

14. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上， CD 平分 $\angle ACB$ ，若 $|\overrightarrow{CA}| = 1$ ， $|\overrightarrow{CB}| = 2$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，则 $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB} =$ _____。

15. 我们知道地球和火星差不多在同一轨道平面上运动，火星轨道在地球轨道之外。当地球和火星与太阳在同一条直线上，这一天文现象称为“冲日”，简称“冲”。假设地球和火星都做近似匀速圆周运动，火星绕太阳一周约需 687 天，地球绕太阳一周约需 365.25 天，则相邻两次“冲日”之间间隔约为_____天。（结果精确到个位）

16. 如图，在四面体 $ABCD$ 中， $BC=2$ ， $AD=4$ ， $AB+BD=AC+CD=6$ ，则四面体 $ABCD$ 体积的最大值为_____。



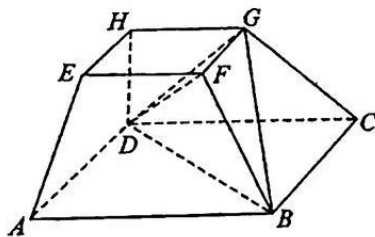
四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

如图，四棱台 $ABCD-EFGH$ 的底面是菱形，且 $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ， $DH \perp$ 平面 $ABCD$ ，

$EH=2$ ， $DH=3$ ， $AD=4$ 。

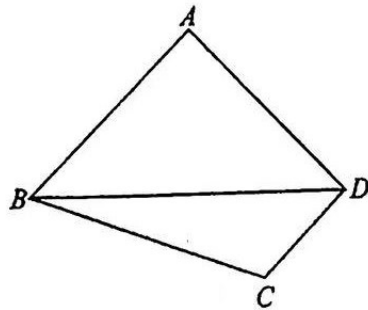
- (1) 求证： $AE \parallel$ 平面 BDG ；
- (2) 求三棱锥 $F-BDG$ 的体积。



18. (12 分)

如图， BD 是平面四边形 $ABCD$ 的一条对角线，已知在 $\triangle ABD$ 中满足 $AD \cos \angle ADB = (\sqrt{2}BD - AB) \cos \angle ABD$ 。

- (1) 求 $\angle ABD$ ；
- (2) 若 $AB=AD$ ， $BC=4$ ， $CD=2$ ，求四边形 $ABCD$ 面积的最大值。



高三数学试题第 3 页（共 4 页）

19. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=1$, 若对任意的正整数 n 都有 $2S_n=2na_n-n^2+n$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记数列 $\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 若 $s \leq T_n - \frac{1}{T_n} \leq t$ 恒成立, 求 $t-s$ 的最小值.

20. (12分)

某学校为了提高学生的运动兴趣, 增强学生身体素质, 该校每年都要进行各年级之间的球类大赛, 其中乒乓球大赛在每年“五一”之后举行, 乒乓球大赛的比赛规则如下: 高中三个年级之间进行单循环比赛, 每个年级各派 5 名同学按顺序比赛 (赛前已确定好每场的对阵同学), 比赛时一个年级领先另一个年级两场就算胜利 (即每两个年级的比赛不一定打满 5 场), 若两个年级之间打成 2:2 则第 5 场比赛定胜负. 已知高三每位队员战胜高二相应对手的可能性均为 $\frac{1}{2}$, 高三每位队员战胜高一相应对手的可能性均为 $\frac{2}{3}$, 高二每位队员战胜高一相应对手的可能性均为 $\frac{1}{2}$, 且队员、年级之间的胜负相互独立.

(1) 求高二年级与高一年级比赛时, 高二年级与高一年级在前两场打平的条件下, 最终战胜高一级的概率.

(2) 若获胜年级积 3 分, 被打败年级积 0 分, 求高三年级获得积分的分布列和期望.

21. (12分)

已知椭圆 C 的中心在原点, 焦点在 x 轴上, 长轴长为短轴长的 2 倍, 若椭圆 C 经过点 $P(2,2)$,

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若 A, B 是椭圆上不同于点 P 的两个动点, 直线 PA, PB 与 x 轴围成底边在 x 轴上的等腰三角形, 证明: 直线 AB 的斜率为定值.

22. (12分)

已知函数 $f(x)=x^2(e^x+m)$, $m \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $m=-1$ 时, 求 $f(x)$ 在点 $A(1, e-1)$ 处的切线方程.

(2) 若 $g(x)=\frac{f(x)}{x}-\ln x-1$ 的图象恒在 x 轴上方, 求实数 m 的取值范围.

高三数学试题第 4 页 (共 4 页)

密
封
线
内
不
得

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线