

2021 年高考模拟考试

数学试题

2021.5

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考试号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x \geq 2\}$, $B = \{x | \log_2(x-1) < 1\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$
 A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(1, 2)$ D. $(1, 3)$
- 已知 $(2-i) \cdot z = i$, i 为虚数单位, 则 $|z| =$
 A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. 1 C. 2 D. $\sqrt{5}$
- “直线 m 垂直平面 α 内的无数条直线”是“ $m \perp \alpha$ ”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(1, \sigma^2)$, 若 $P(X \leq 0) = 0.2$, 则 $P(X < 2) =$
 A. 0.2 B. 0.4 C. 0.6 D. 0.8
- 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$, 过点 $P(1, \frac{1}{2})$ 的直线交椭圆 C 于 A, B 两点, 若 P 为 AB 的中点, 则直线 AB 的方程为
 A. $3x - 2y - 2 = 0$ B. $3x + 2y - 4 = 0$ C. $3x + 4y - 5 = 0$ D. $3x - 4y - 1 = 0$
- 在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, 已知点 $M(\sqrt{3}, -1)$ 和点 $N(0, 1)$. 若点 P 在 $\angle MON$ 的角平分线上, 且 $|\vec{OP}| = 4$, 则 $\vec{OP} \cdot \vec{MN} =$
 A. -2 B. -6 C. 2 D. 6
- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -1 + 2\ln x, & x > 1 \\ 1 - 2\ln x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$, 若 $f(a) = f(b)$, 则 $a + b$ 的最小值是
 A. $2\sqrt{e}$ B. e C. $1 + e$ D. $2e$
- “曼哈顿距离”是由赫尔曼·闵可夫斯基所创的词汇, 是一种使用在几何度量空间的几何学用语, 例如在平面直角坐标系中, 点 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 的曼哈顿距离为: $L_{PQ} = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$. 若点 $P(1, 2)$, 点 Q 为圆 $C: x^2 + y^2 = 4$ 上一动点, 则 L_{PQ} 的最大值为
 A. $1 + \sqrt{2}$ B. $1 + 2\sqrt{2}$ C. $3 + \sqrt{2}$ D. $3 + 2\sqrt{2}$

数学试题 第 1 页 (共 4 页)

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得3分.

9. 已知 $a > b > 0, c \in \mathbf{R}$, 下列不等式恒成立的有

- A. $(\frac{1}{3})^a < (\frac{1}{3})^b$ B. $ac^2 > bc^2$ C. $\log_2 \frac{1}{a} > \log_3 \frac{1}{b}$ D. $(\frac{a+b}{2})^2 < \frac{a^2+b^2}{2}$

10. 函数 $f(x) = 2\cos(2x - \frac{\pi}{6}) + 1 (x \in \mathbf{R})$, 则下列说法正确的是

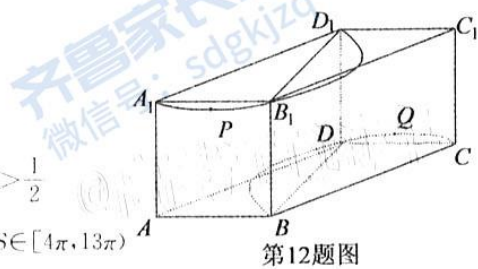
- A. 若 $f(x_1) = f(x_2) = 3$, 则 $x_1 - x_2 = k\pi (k \in \mathbf{Z})$
 B. 函数 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上为增函数
 C. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{3}, 1)$ 对称
 D. 函数 $f(x)$ 的图象可以由 $g(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 1 (x \in \mathbf{R})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到

11. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, $f(1-x) = -f(1+x)$, 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x^2 + x - 2$, 则下列说法正确的是

- A. $f(x)$ 是以 4 为周期的周期函数
 B. $f(2018) + f(2021) = -2$
 C. 函数 $y = \log_2(x+1)$ 的图象与函数 $f(x)$ 的图象有且仅有 3 个交点
 D. 当 $x \in [3, 4]$ 时, $f(x) = x^2 - 9x + 18$

12. 如图, 直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, $AB = AA_1 = \frac{1}{2}AD = 1$, $\angle BAD = 60^\circ$, 点 P 是半圆弧 $\widehat{A_1D_1}$ 上的动点 (不包括端点), 点 Q 是半圆弧 \widehat{BC} 上的动点 (不包括端点), 则下列说法正确的是

- A. 四面体 $PBCQ$ 的体积是定值
 B. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{A_1P}$ 的取值范围是 $(0, 4)$
 C. 若 C_1Q 与平面 $ABCD$ 所成的角为 θ , 则 $\tan\theta > \frac{1}{2}$
 D. 若三棱锥 $P-BCQ$ 的外接球表面积为 S , 则 $S \in [4\pi, 13\pi)$



第12题图

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知 $(x - \frac{2}{x})^n$ 的展开式中各项的二项式系数的和为 128, 则这个展开式中 x^3 项的系数是

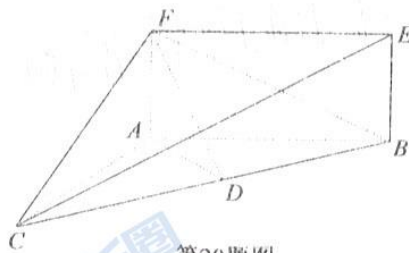
▲

14. 已知 $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{1}{2}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ▲

20. (12分)

如图, 四边形 $ABEF$ 是矩形, 平面 $ABC \perp$ 平面 $ABEF$, D 为 BC 中点, $\angle CAB = 120^\circ$, $AB = AC = 4, AF = \sqrt{6}$.

- (1) 证明: 平面 $ADF \perp$ 平面 BCF ;
(2) 求二面角 $F-AD-E$ 的余弦值.



第20题图

21. (12分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$, 过点 $T(0, p)$ 作两条互相垂直的直线 l_1 和 l_2 , l_1 交抛物线 C 于 A, B 两点, l_2 交抛物线 C 于 E, F 两点, 当点 A 的横坐标为 1 时, 抛物线 C 在点 A 处的切线斜率为 $\frac{1}{2}$.

- (1) 求抛物线 C 的标准方程;
(2) 已知 O 为坐标原点, 线段 AB 的中点为 M , 线段 EF 的中点为 N , 求 $\triangle OMN$ 面积的最小值.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = x \ln x - ax + 1, g(x) = (1-a) \ln x - e^{-x}, a > 0$.

- (1) 当 $a = \frac{e}{2}$ 时, 判断函数 $f(x)$ 在定义域内的单调性;
(2) 若 $f(x) \geq g(x) + x$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注齐鲁家长圈微信号：sdgkjzq。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索