

试卷类型: A

绝密★启后前

2023年1月山西省高三适应性调研考试

数 学

(时间:120分钟 满分:150分)

一、单项选择题(本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中有且只有一个选项符合题目要求)

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N}^+ | x^2 \leq 4x\}$, $B = \{x | y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}\}$, 则 $A \cap \complement_{\mathbb{R}} B =$

- A. $[0, 3]$ B. $[1, 3]$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

2. 复数 z 满足 $|z(1+\sqrt{3}i)| = 2$, 则 $|z| =$

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

3. 在天文学中,常用星等 m , 光照度 E 等来描述天体的明暗程度. 两颗星的星等与光照度满足普森公式 $m_2 - m_1 = -2.5 \lg \frac{E_2}{E_1}$. 已知大犬座天狼星的星等为 -1.45 , 天狼星的光照度是织女星光照度的4倍. 据此估计织女星的星等为(参考数据 $\lg 2 \approx 0.3$)

- A. 2 B. 1.05 C. 0.05 D. -1.05

4. 经过 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$, $C(2, 4)$ 三点的圆与直线 $kx - y + 2 - 4k = 0$ 的位置关系为

- A. 相交 B. 相切 C. 相交或相切 D. 无法确定

5. 已知矩形 $ABCD$ 中, E 为 AB 边中点, 线段 AC 和 DE 交于点 F , 则 $BF =$

- A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ D. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

6. 已知随机变量 ξ_i 的分布列如下:

ξ_i	0	1	2
P	$(1-p_i)^2$	$2p_i(1-p_i)$	p_i^2

其中 $i=1, 2$, 若 $\frac{1}{2} < p_1 < p_2 < 1$, 则

- A. $E(\xi_1) < E(\xi_2)$, $D(3\xi_1 + 1) < D(3\xi_2 + 1)$ B. $E(\xi_1) < E(\xi_2)$, $D(3\xi_1 + 1) > D(3\xi_2 + 1)$
C. $E(\xi_1) > E(\xi_2)$, $D(3\xi_1 + 1) < D(3\xi_2 + 1)$ D. $E(\xi_1) > E(\xi_2)$, $D(3\xi_1 + 1) > D(3\xi_2 + 1)$

7. 近年来受各种因素影响, 国际大宗商品价格波动较大. 我国某钢铁企业需要不间断从澳大利亚采购铁矿石, 为保证企业利益最大化, 提出以下两种采购方案. 方案一: 不考虑铁矿石价格升降, 每次采购铁矿石的数量一定; 方案二: 不考虑铁矿石价格升降, 每次采购铁矿石所花的钱数一定, 则下列说法正确的是

- A. 方案一更经济 B. 方案二更经济
C. 两种方案一样 D. 条件不足, 无法确定

高三数学试题 A 卷 第1页(共4页)

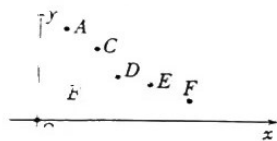


8. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega \in \mathbf{N}^+$) 满足在区间 $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$ 内恰有两个零点和一个极值点, 则下列说法正确的是

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$
- B. 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后关于原点对称
- C. $f(x)$ 图象的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{6}, 0)$
- D. $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 上单调递增

二、多项选择题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分)

9. 某同学用搜集到的六组数据 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, 6$) 绘制了如下散点图, 在这六个点中去掉 B 点后重新进行回归分析, 则下列说法正确的是



- A. 决定系数 R^2 变小
 - B. 相关系数 r 的绝对值越趋于 1
 - C. 残差平方和变小
 - D. 解释变量 x 与预报变量 y 相关性变弱
10. 设 $a > 0, b > 0, a + b = 1$, 则下列结论正确的是

- A. ab 的最大值为 $\frac{1}{4}$
 - B. $a^2 + b^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$
 - C. $\frac{4}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为 9
 - D. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 的最小值为 $\sqrt{3}$
11. 1202 年, 斐波那契在《算盘全书》中从兔子问题得到斐波那契数列 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... 该数列的特点是前两项为 1, 从第三项起, 每一项都等于它前面两项的和, 人们把这样的一列数组成的数列 $\{a_n\}$ 称为斐波那契数列. 19 世纪以前并没有人认真研究它, 但在 19 世纪末和 20 世纪, 这一问题派生出广泛的应用, 从而活跃起来, 成为热门的研究课题, 记 S_n 为该数列的前 n 项和, 则下列结论正确的是

- A. $a_{11} = 89$
- B. a_{2025} 为偶数
- C. $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2023} = a_{2024}$
- D. $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2024} = S_{2023}$

12. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 在侧面 CC_1D_1D (含边界) 内运动, Q 在底面 $ABCD$ (含边界) 内运动, 则下列说法正确的是

- A. 若直线 BP 与直线 AD 所成角为 30° , 则 P 点的轨迹为圆弧
- B. 若直线 BP 与平面 $ABCD$ 所成角为 30° , 则 P 点的轨迹为双曲线的一部分
- C. 若 $|D_1Q| = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 则 Q 点的轨迹为线段
- D. 若 Q 到直线 DD_1 的距离等于 Q 到平面 ABB_1A_1 的距离, 则点 Q 的轨迹为抛物线的一部分

三、填空题(本题共4小题,每小题5分,共20分.请将正确答案填入答题卡中对应的位置)

13. 若 $f(x) = \tan x$, 则 $f'(x) =$

14. 已知随机变量 $X \sim N(3, \sigma^2)$, 且 $P(X \leq a) = P(X \geq 4)$, 则 $(ax^2 - \frac{1}{x})^5$ 的展开式中常数项为

15. 写出一个同时满足下列三个条件的函数 $f(x)$ 的解析式

① $f(1+x) = f(1-x)$; ② $f(\frac{3}{2}+x) = f(\frac{3}{2}-x)$; ③ $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增

16. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 点 $A(1, 1)$, $P(x, y)$ 为抛物线上一点, 则 $\triangle PAF$ 周长的最小值为

四、解答题(本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分10分) 在① $b(1 + \cos C) = \sqrt{3}c \cdot \sin B$; ② $(\sin A - \frac{1}{2} \sin B)^2 = \sin^2 C - \frac{1}{4} \sin^2 B$;

③ $3b \cos C + c \cos B = a + b$ 这三个条件中任选一个补充在下面的问题中, 并解决该问题.

问题: 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $a=2, b=3$, AB 边上一点 P 满足 $|PB| = 2|PA|$, 求 $|PC|$.

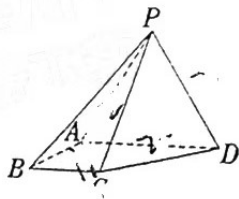
18. (本小题满分12分) 从下面的表格中选出3个数字(其中任意两个数字不同行且不同列)作为递增等差数列 $\{a_n\}$ 的前三项.

	第1列	第2列	第3列
第1行	7	2	3
第2行	1	5	4
第3行	6	9	8

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 并求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

(2) 若 $b_n = \frac{1}{a_n^2}$, 记 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n , 求证 $T_n < \frac{1}{2}$.

19. (本小题满分12分) 如图所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $\triangle PAD$ 是边长为2的等边三角形, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, 其中 $BC \parallel AD, AB \perp AD, AB=BC=1$.



高三数学试题 A 卷 第3页(共4页)

点 E , 使得平面 EAC 与平面 lAC 所成的二面角的余弦值为 $\frac{1}{3}$. 若存在, 求出理由.

20. (本小题满分 12 分) 假设有两个密闭的盒子, 第一个盒子里装有 n 个球, 其中 r 个红球, 第二个盒子里装有 2 个白球 4 个红球, 这些小球除颜色外完全相同.
- (1) 每次从第一个盒子里随机取出一个球, 取出的球不再放回, 经过两次取球, 求取出的两球中有红球的条件下, 第二次取出的是红球的概率;
- (2) 若先从第一个盒子里随机取出一个球放入第二个盒子中, 摇匀后, 再从第二个盒子里随机取出一个球, 求从第二个盒子里取出的球是红球的概率.

21. (本小题满分 12 分) 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 焦点到渐近线的距离为 $\sqrt{3}$, 且过点 $(4, 3)$.
- (1) 求双曲线 C 的方程;
- (2) 若直线 l 与双曲线 C 交于 M, N 两点, 且 $k_{AM} = -2k_{BN}$, 证明直线 l 过定点.

22. (本小题满分 12 分) 已知 $f(x) = x^2 - 2m \ln x - 1$.

(1) 若 $f(x)$ 的最小值为 0, 求 m 的值;

(2) 若 $ae^{x-1} - 1 \geq 2 \ln x - \ln a$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线