

北京市西城区 2018 — 2019 学年度第一学期期末试卷

高三数学(理科)

2019.1

本试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分, 第 I 卷 1 至 2 页, 第 II 卷 3 至 5 页, 共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上, 在试卷上作答无效。

第 I 卷 (选择题 共 40 分)

一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x^2 \leq 5\}$, 那么 $A \cap B =$

- (A) $\{0, 2, 4\}$ (B) $\{-2, 0, 2\}$
(C) $\{0, 2\}$ (D) $\{-2, 2\}$

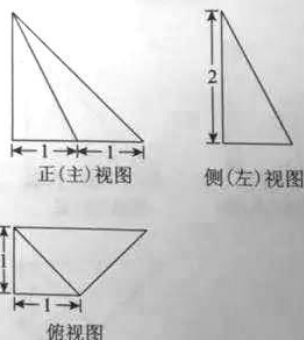
2. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 = 2$, $a_5 = 8$, 则 $a_7 =$

- (A) 10 (B) 16 (C) 24 (D) 32

3. 一个四棱锥的三视图如图所示, 那么这个四棱锥

最长棱的棱长为

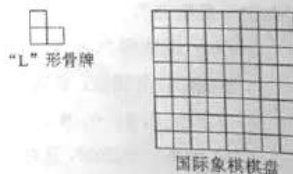
- (A) $\sqrt{5}$
(B) $\sqrt{6}$
(C) $2\sqrt{2}$
(D) $\sqrt{10}$



4. 在极坐标系中, 点 $P(2, \frac{\pi}{2})$ 到直线 $\rho \cos \theta = -1$ 的距离等于

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) $\sqrt{2}$

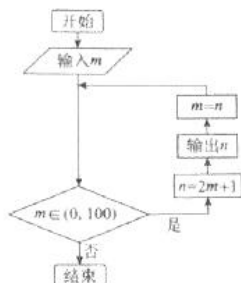
5. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(1, 1)$, 点 B 在圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上, 则 $|\vec{OA} - \vec{OB}|$ 的最大值为
- (A) 3 (B) $1 + \sqrt{2}$ (C) $2 + \sqrt{2}$ (D) 4
6. 设 $M, N > 0, 0 < a < 1$, 则 " $\log_a M > \log_a N$ " 是 " $M < N + 1$ " 的
- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
7. 已知函数 $f(x) = \sin \pi x, g(x) = x^2 - x + 2$, 那么
- (A) 曲线 $y = f(x) + g(x)$ 不是轴对称图形
(B) 曲线 $y = f(x) - g(x)$ 是中心对称图形
(C) 函数 $y = f(x)g(x)$ 是周期函数
(D) 函数 $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ 最大值为 $\frac{4}{7}$
8. 一个国际象棋棋盘 (由 8×8 个方格组成), 其中有一个小方格因破损而被剪去 (破损位置不确定). "L" 形骨牌由三个相邻的小方格组成, 如图所示. 现要将这个破损的棋盘剪成数个 "L" 形骨牌, 则
- (A) 至多能剪成 19 块 "L" 形骨牌
(B) 至多能剪成 20 块 "L" 形骨牌
(C) 一定能剪成 21 块 "L" 形骨牌
(D) 前三个答案都不对



第 II 卷 (非选择题 共 110 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

9. 复数 z 满足方程 $1-i \cdot z=i$, 则 $z=$ _____.
10. 已知角 α 的终边经过点 $(-3, 4)$, 则 $\tan\alpha=$ ____; $\cos(\alpha+\pi)=$ _____.
11. 执行如图所示的程序框图, 若输入的 $m=1$, 则输出数据的总个数为_____.



12. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x-y+3 \geq 0, \\ x-y-3 \leq 0, \\ x+2y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=x+3y$ 的取值范围是_____.
13. 能说明“若定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(0)f(2)>0$, 则 $f(x)$ 在区间 $(0, 2)$ 上不存在零点”为假命题的一个函数是_____.
14. 设双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左焦点为 F , 右顶点为 A . 若在双曲线 C 上, 有且只有 2 个不同的点 P 使得 $\overrightarrow{PF} \cdot \overrightarrow{PA} = \lambda$ 成立, 则实数 λ 的取值范围是_____.

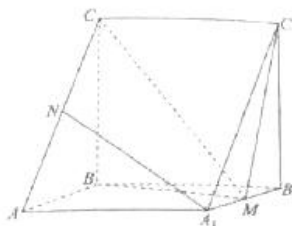
三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 13 分)
在 $\triangle ABC$ 中, $a=3, b=2\sqrt{6}, B=2A$.
(I) 求 $\cos A$ 的值;
(II) 试比较 $\angle B$ 与 $\angle C$ 的大小.

16. (本小题满分14分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 B_1BCC_1 为正方形, M, N 分别是 A_1B_1, AC 的中点, $AB \perp$ 平面 BCM .

- (I) 求证: 平面 $B_1BCC_1 \perp$ 平面 A_1ABB_1 ;
- (II) 求证: $A_1N \parallel$ 平面 BCM ;
- (III) 若 A_1ABB_1 是边长为2的菱形, 求直线 A_1N 与平面 MCC_1 所成角的正弦值.

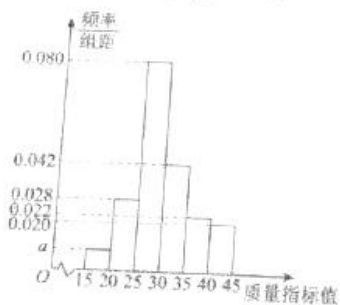


17. (本小题满分13分)

为保障食品安全,某地食品监管部门对辖区内甲、乙两家食品企业进行检查,分别从这两家企业生产的某种同类产品中随机抽取了100件作为样本,并以样本的一项关键质量指标值为检测依据. 已知该质量指标值对应的产品等级如下:

质量指标值	$[15, 20)$	$[20, 25)$	$[25, 30)$	$[30, 35)$	$[35, 40)$	$[40, 45]$
等级	次品	二等品	一等品	二等品	三等品	次品

根据质量指标值的分组,统计得到了甲企业的样本频率分布直方图和乙企业的样本频数分布表(图表如下,其中 $a > 0$).



甲企业

质量指标值	频数
$[15, 20)$	2
$[20, 25)$	18
$[25, 30)$	48
$[30, 35)$	14
$[35, 40)$	16
$[40, 45]$	2
合计	100

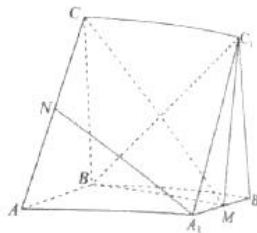
乙企业

- (I) 现从甲企业生产的产品中任取一件, 试估计该件产品为次品的概率;
- (II) 为守法经营、提高利润, 乙企业将所有次品销毁, 并将一、二、三等品的售价分别定为120元、90元、60元. 一名顾客随机购买了乙企业销售的2件该食品, 记其支付费用为 X 元, 用频率估计概率, 求 X 的分布列和数学期望;
- (III) 根据图表数据, 请自定标准, 对甲、乙两企业食品质量的优劣情况进行比较.

18. (本小题满分 14 分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 B_1BCC_1 为正方形, M, N 分别是 A_1B_1, AC 的中点, $AB \perp$ 平面 BCM .

- (I) 求证: 平面 $B_1BCC_1 \perp$ 平面 A_1ABB_1 ;
 (II) 求证: $A_1N \parallel$ 平面 BCM ;
 (III) 若三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 10, 求棱锥 C_1-BB_1M 的体积.



19. (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{2} = 1 (a > \sqrt{2})$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 左、右顶点分别为 A, B , 点 M 是椭圆 C 上异于 A, B 的一点, 直线 AM 与 y 轴交于点 P .

- (I) 若点 P 在椭圆 C 的内部, 求直线 AM 的斜率的取值范围;
 (II) 设椭圆 C 的右焦点为 F , 点 Q 在 y 轴上, 且 $\angle PFQ = 90^\circ$, 求证: $AQ \parallel BM$.

20. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - x + a$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

- (I) 如果曲线 $y = f(x)$ 与 x 轴相切, 求 a 的值;
 (II) 若 $a = \ln 2e$, 证明: $f(x) \leq x$;
 (III) 如果函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ 在区间 $(1, e)$ 上不是单调函数, 求 a 的取值范围.

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注