

2023 届高三考试 数学试题(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $(a+2i)i=b+3i(a,b\in\mathbf{R})$, 则

A. $a=3, b=2$ B. $a=3, b=-2$
C. $a=-3, b=2$ D. $a=-3, b=-2$

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=a_n+n^2+1$, 且 $a_1=1$, 则 $a_4=$

A. 18 B. 10 C. 8 D. 5

3. 已知集合 $A=\{x|x^2=4\}$, $B=\{x|ax+4=0\}$, 若 $B\subseteq A$, 则 a 的取值集合是

A. $\{2\}$ B. $\{-2, 2\}$ C. $\{-2, 0, 2\}$ D. $\{0, 2\}$

4. 若 $\sin(\alpha+3\pi)-\cos(\alpha-\pi)=\frac{\sqrt{7}}{4}$, 则 $\sin 2\alpha=$

A. $-\frac{9}{16}$ B. $\frac{9}{16}$ C. $-\frac{7}{16}$ D. $\frac{7}{16}$

5. 某篮球运动员练习罚篮, 共 20 组, 每组 50 次, 每组命中球数如下表:

命中球数	46	47	48	49	50
频数	2	4	4	6	4

则这组数据的中位数和众数分别为

A. 48, 4 B. 48, 5, 4 C. 48, 49 D. 48, 5, 49

6. 明朝朱载堉发现的十二平均律, 又称“十二等程律”, 是世界上通用的一组音(八度)分成十二个半音音程的律制, 各相邻两律之间的波长之比完全相同. 若已知应钟、大吕、夹钟、仲吕的波长成等比数列, 且应钟和仲吕的波长分别是 a, b , 则大吕和夹钟的波长之和为

A. $a+b$ B. ab C. $\sqrt[3]{a^2b}+\sqrt[3]{ab^2}$ D. $\frac{\sqrt[3]{a^2b}+\sqrt[3]{ab^2}}{a}$

7. 已知 $a=\log_{0.9}0.8$, $b=\log_{0.8}0.9$, $c=1.4^{1.9}$, 则

A. $b<a<c$ B. $c<a<b$ C. $c<b<a$ D. $b<c<a$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别在 BC, AC 上, 且 $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{EC}$, AD, BE 交于点 F , 若 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AD}$, 则 $\lambda=$

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{7}{8}$

【♠高三数学 第 1 页(共 4 页)理科♠】

9. 盲盒是指消费者不能提前得知具体产品款式的商品盒子. 已知某盲盒产品共有 3 种玩偶, 小明购买 4 个盲盒, 则他能集齐 3 种玩偶的概率是
- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{7}{9}$
10. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且对任意的 $x > 0$, $f(x+2) = -2f(x)$ 成立, 当 $x \in [0, 2]$ 时, $f(x) = 2x - x^2$, 若对任意的 $x \in [-m, m] (m > 0)$, 都有 $|f(x+1)| \leq 3$, 则 m 的最大值是
- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{11}{2}$ D. $\frac{13}{2}$
11. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1, a_n > 0$, 且 $S_n^2 - (2n-1)S_n = S_{n-1}^2 + (2n-1)S_{n-1} (n \geq 2)$, 则 $b_n = \frac{S_n^2}{2^{a_n}}$ 的最大值是
- A. 2 B. $\frac{625}{512}$ C. $\frac{81}{32}$ D. $\frac{243}{64}$
12. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 对任意的 x 满足 $f'(x) - f(x) = e^x$. 若 $f(0) = -2$, 且关于 x 的方程 $f(x) + a = 0$ 有 2 个不同的实根, 则 a 的取值范围是
- A. $(-e, 0)$ B. $(0, e)$ C. $(-\infty, -e)$ D. $(e, +\infty)$

第 II 卷

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 若函数 $f(x) = x^2 - ax + 2$ 的值域是 $[0, +\infty)$, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.
14. $(x - \frac{2}{\sqrt{x}})^6$ 展开式中 x^3 项的系数是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.
15. 已知函数 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x$, 则曲线 $y = f(x)$ 经过点 $A(1, 1)$ 的切线方程是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.
16. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x - \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上恰有 3 个零点, 给出下列 4 个结论: ① $\frac{7}{6} \leq \omega \leq \frac{5}{3}$, ② $f(x)$ 在 $[\frac{5\pi}{7}, \frac{11\pi}{10}]$ 上单调递减, ③ $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{2}, 2\pi]$ 上恰有 2 个极值点, ④ 函数 $g(x) = f(x) - \sqrt{2}$ 在 $[\frac{\pi}{2}, 2\pi]$ 上最多有 3 个零点. 其中所有正确结论的序号是 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2\sqrt{2}a = c(\sin B + 2\sqrt{2}\cos B)$.

(1) 求 $\tan C$ 的值;

(2) 若 $b = 6$, $\triangle ABC$ 的面积是 $10\sqrt{2}$, 求 c 的值.

18. (12 分)

现在养宠物已经成为一件再正常不过的事情了,尤其是对某些人来说,养宠物是他们生活中非常重要的一件事情,他们还将自己的宠物当成是家人.某机构随机抽取了 100 名养宠物的人,对他们养宠物的原因进行了调查,根据调查结果,得到如下表数据:

	喜欢	其他	合计
男	10	20	30
女	40	30	70
合计	50	50	100

- (1)根据表中调查数据,判断是否有 95% 的把握认为是否是因为喜欢宠物而养宠物与性别有关.
(2)若从这 100 人中,按性别采用分层抽样的方法抽取 10 人,再从这 10 人中随机抽取 4 人,记抽到的男性人数为 X ,求 X 的分布列与期望.

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

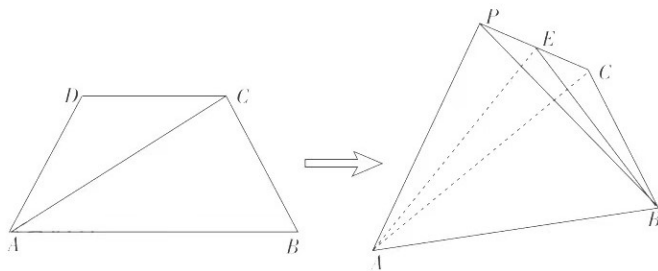
参考数据:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

19. (12 分)

如图,在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD = DC = BC = 2$, $\angle ABC = 60^\circ$,将 $\triangle ACD$ 沿边 AC 翻折,使点 D 翻折到 P 点,且 $PB = 2\sqrt{2}$.

- (1)证明: $BC \perp$ 平面 PAC .
(2)若 E 为线段 PC 的中点,求二面角 $E-AB-C$ 的余弦值.



20. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 (a > b > 0)$ 与椭圆 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率相同, $P(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ 为椭圆 C 上一点.

- (1)求椭圆 C 的方程.

- (2)若过点 $Q(\frac{1}{3}, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点,试问以 AB 为直径的圆是否经过定点 M ? 若存在,求出 M 的坐标;若不存在,请说明理由.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax^2$, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数.

- (1)若关于 x 的方程 $f'(x) = 0$ 有两个不同的正实根,求 a 的取值范围;
(2)当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq (e-2)x + a$ 恒成立,求 a 的取值范围. (参考数据: $\ln 2 \approx 0.69$)

(二)选考题:共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做,则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,直线 $l: y = x$, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 3\cos \varphi \\ y = 3\sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,点 P 的极坐标为 $(6, \frac{7\pi}{12})$.

- (1)求直线 l 与曲线 C 的极坐标方程;
(2)若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点,求 $\triangle PAB$ 的面积.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x) = |2x+2| + |x-1|$.

- (1)求不等式 $f(x) \leq 8$ 的解集;
(2)记 $f(x)$ 的最小值是 m ,若 $a > 0, b > 0$, 且 $a+b=m$, 求 $\frac{2}{a} + \frac{8}{b}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线