2023届高三二轮复习联考(三) 全国卷
理科数学试题

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为120分钟，满分150分

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知复数 $z=\frac{2-i}{1+i}$，则 $z-\bar{z}=$

A.3i　　B.$-3i$　　C.3　　D.-3

2.已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x-10\leqslant 0\}$，$B=\{y\mid y=2^x, x\in\mathbf{R}\}$，则 $A\cap B=$

A.$(0,5]$　　B.$(0,5)$　　C.$(-2,0]$　　D.$[-2,0)$

3.已知 $\left(3x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n(n\in\mathbf{N}^*)$ 的展开式中所有项的系数和为512，则展开式中的常数项为

A.-756　　B.756　　C.$-2\,268$　　D.2 268

4.下列说法中正确的是

A.在一个 2×2 列联表中，由计算得 K^2 的值，则 K^2 的值越接近1，判断两个变量有关的把握性越大

B.若随机变量 $\xi\sim N(\mu,\sigma^2)$，若函数 $f(x)=P(x\leqslant\xi\leqslant x+2)$ 为偶函数，则 $\mu=1$

C.若回归直线方程为 $\hat{y}=1.2x+2$，则样本点的中心可能为(4,6)

D.若甲、乙两组数据的相关系数分别为 -0.91 和0.89，则乙组数据的线性相关性更强

5.已知圆 $C:(x-2)^2+(y-2)^2=8$，从圆心 C 射出的光线被直线 $x+y=0$ 反射后，反射光线恰好与圆 C 相切，则反射光线所在直线的斜率为

A.$\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$　　B.$2+\sqrt{2}$ 或 $2-\sqrt{2}$　　C.$2+\sqrt{3}$ 或 $2-\sqrt{3}$　　D.$1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

6.已知角 $\alpha,\beta\in(0,\pi)$，且 $\sin(\alpha+\beta)+2\cos(\alpha-\beta)=0$，$\sin\alpha\sin\beta+2\cos\alpha\cos\beta=0$，则 $\tan(\alpha+\beta)=$

A.$\frac{1}{3}$　　B.$\frac{1}{2}$　　C.$\frac{2}{3}$　　D.-2

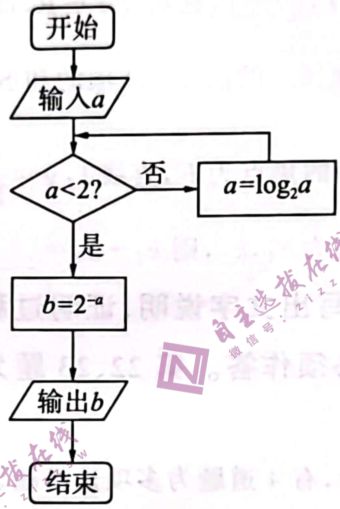
7.某款电子产品的售价 y(万元/件)与上市时间 x(单位：月)满足函数关系 $y=10^{ax}+b$(a,b 为常数，且 $b\in\mathbf{N}^*$)，若上市第2个月的售价为2.8万元，第4个月的售价为2.64万元，那么在上市第1个月时，该款电子产品的售价约为(参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.732$，$\sqrt{5}\approx 2.236$，$\lg 2\approx 0.301\,0$)

A.3.016万元　　B.2.894万元　　C.3.048万元　　D.2.948万元

8.已知 P 为双曲线 $C:\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 上的动点，O 为坐标原点，以 OP 为直径的圆与双曲线 C 的两条渐近线交于 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 两点（A，B 异于点 O），若 $y_1y_2>0$ 恒成立，则该双曲线离心率的取值范围为

A.$(1,\sqrt{2}]$　　B.$(1,\sqrt{3}]$　　C.$[\sqrt{2},+\infty)$　　D.$[\sqrt{2},\sqrt{3}]$

9.执行如图所示的程序框图，若随机输入的 $a\in[0,16)$，则输出的 $b\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$ 的概率为

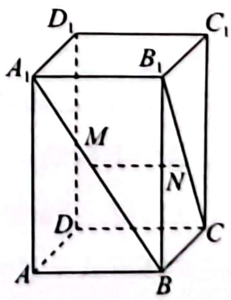


A.$\frac{3}{16}$　　B.$\frac{15}{16}$　　C.$\frac{1}{2}$　　D.$\frac{3}{4}$

10.将函数 $g(x)=\sin\omega x(\omega>0)$ 的图象向左平移 $\frac{\varphi}{\omega}(0<\varphi<\pi)$ 个单位长度得到函数 $f(x)$ 的图象，$f(0)=\frac{1}{2}$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数，且 $f'(0)<0$，若当 $x\in[0,\pi]$ 时，$f(x)$ 的取值范围为 $\left[-1,\frac{1}{2}\right]$，则 ω 的取值范围为

A.$\frac{2}{3}\leqslant\omega<1$　　B.$\frac{2}{3}\leqslant\omega\leqslant1$　　C.$\frac{2}{3}\leqslant\omega<\frac{4}{3}$　　D.$\frac{2}{3}\leqslant\omega\leqslant\frac{4}{3}$

11.如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=1$，$AA_1=2$，M，N 分别为线段 A_1B，B_1C 上的动点（不包括端点），且 $A_1M=CN$，则以下结论：



①不存在点 M，N，使得 $MN\perp$ 平面 BB_1D_1D；

②$MN\,/\!/$ 平面 A_1ACC_1；

③点 M 和点 N 到平面 BB_1D_1D 的距离相等；

④直线 MN 与平面 A_1ADD_1 所成角的最大值为 $\frac{\pi}{4}$.

其中正确的为

A.①②④　　B.③④　　C.②③④　　D.②③

12.已知函数 $f(x)=2e^x-ax^2+2$ 存在两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，则以下结论正确的为

A.$0<a<e$　　　　B.$0<x_1<x_2<1$

C.若 $x_2=2x_1$，则 $a=2\ln 2$　　　　D.$\ln x_1+x_2>0$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.已知单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 $\theta=$________.

14.已知圆锥的内切球半径为 1，若圆锥的侧面展开图恰好为一个半圆，则该圆锥的体积为________.

15.已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(0)=1$，且对 $\forall x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x+1)=2f(x)-x$，设 $b_n=\dfrac{1}{f(n)f(n+1)}(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列 $\{b_n\}$ 的前 2 023 项的和 $S_{2023}=$________.

16.已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，直线 $l:y=\dfrac{5}{12}\left(x+\dfrac{p}{2}\right)$ 与抛物线 C 交于 A,B 两点，设直线 AF,BF 的斜率分别为 k_1,k_2，则 $k_1+k_2=$________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：60 分。

17.(12 分)在新高考的数学试卷中，有 4 道题为多项选择题，在每个试题所给的 4 个选项中有多项符合题目要求，其评分规则为：全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有错选得 0 分.

(1)若某两个多项选择题中分别有 2 个和 3 个正确选项.如果小茗同学不能判断两个题中任何一个选项是否符合题目要求.他每个题均随机选取了 2 项，记他这两题的总得分为 X，求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$；

(2)若某个多项选择题所给的四个选项中有 3 个符合题目要求，小茗同学只能判断其中的一个选项符合题目要求，不能判断其它选项是否符合题目要求，若你是小茗同学，除了能判断的符合题目要求的选项外，从得分均值的角度分析，你是否再随机选取 1 个或 2 个选项作为答题结果？请说明理由.

18.(12 分)已知 A,B,C 为 $\triangle ABC$ 的三个内角，$B-C=A$，$AC=2AB=2$，M,N 分别为边 AB，AC 上的动点(不包括端点)，点 A 关于直线 MN 的对称点 D 在边 BC 上.

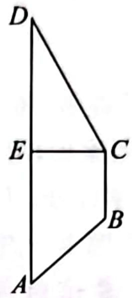
(1)记 $\angle AMN=\theta$ 时，求 θ 的取值范围；

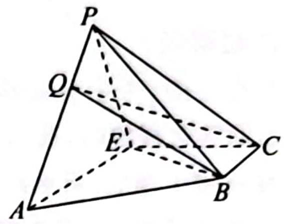
(2)当 AN 长度取得最小值时，求 MN 的长度.

19.(12 分)如图,在梯形 $ABCD$ 中,$AD /\!/ BC$,$AD=4BC=4$,$CD=\sqrt{5}$,E 为边 AD 上的点,$CE\perp AD$,$CE=1$,将$\triangle DEC$ 沿直线 CE 翻折到$\triangle PEC$ 的位置,且$\angle PEA=\frac{\pi}{3}$,连接 PA,PB.

(1)证明:$BE\perp PC$;

(2)Q 为线段 PA 上一点,且$\overrightarrow{AQ}=\lambda\overrightarrow{AP}$,若二面角 $Q-BC-A$ 的大小为$\frac{\pi}{4}$,求实数 λ 的值.





20.(12 分)已知椭圆 $M:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1、F_2,斜率不为 0 的直线 l 过点 F_1,与椭圆交于 A,B 两点,当直线 l 垂直于 x 轴时,$|AB|=3$,椭圆的离心率 $e=\frac{1}{2}$.

(1)求椭圆 M 的方程;

(2)在 x 轴上是否存在点 P,使得$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$为定值?若存在,求出点 P 的坐标;若不存在,请说明理由.

21.(12 分)已知函数 $f(x)=\ln(x+1)-ax$.

(1)若 $f(x)$存在唯一零点,求实数 a 的取值范围;

(2)当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时,证明:$(1+3^{-1})(1+3^{-2})(1+3^{-3})\cdots(1+3^{-n})<\sqrt{e}$.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,已知直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=2\sqrt{2}+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$($t$ 为参数).以坐标原点为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2+3\rho^2\sin^2\theta-4=0$.

(1)求曲线 C_1 的直角坐标方程;

(2)若直线 l 与曲线 C_1 相切,求直线 l 的斜率.

23.[选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知不等式$|2x-a|\leqslant a$ 的解集为$[0,4]$.

(1)求实数 a 的值;

(2)若 $m>0$,$n>0$,且 $m+n=a$,求$\frac{1}{m+2n}+\frac{1}{2m+n}$的最小值.