

绝密★启用前

7 8 11 12 16



高三数学考试(理科)

(考试时间:120分钟 试卷满分:150分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考号

姓名

班级

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x - 12 < 0\}$, $B = \{x | 2 - x > 1\}$, 则 $A \cap B =$

- $(x-6)(x+2) < 0 \quad x < 1$
- A. $\{x | -2 < x < 1\}$ B. $\{x | -6 < x < 1\}$
C. $\{x | 1 < x < 2\}$ D. $\{x | 1 < x < 6\}$

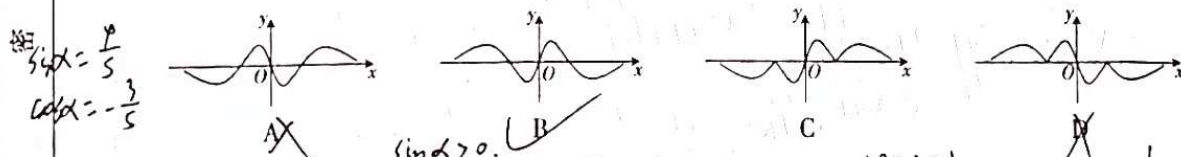
2. 已知复数 $z = a + i (a \in \mathbb{R})$, 若 $z^2 = 3 + 4i$, 则复数 \bar{z} 在复平面内对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 A 在抛物线 C 上, 若点 A 到 x 轴的距离 $|AF| - 2$, 则 $p =$

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

4. 函数 $f(x) = \frac{3x \cos x}{x^2 + 1}$ 的部分图象大致为



5. 若 α 是第二象限角, 且 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$, 则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) =$

$\frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha}$

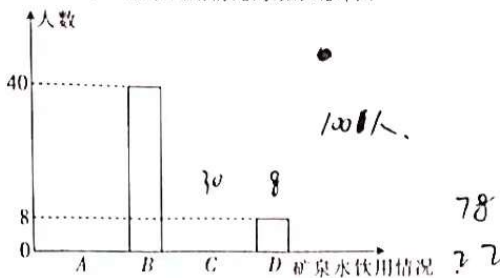
A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{12}{25}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{1}{7}$

6. 某数学兴趣小组的学生为了了解会议用矿泉水的饮用情况, 对某单位的某次会议所用矿泉水饮用情况进行调查, 会议前每人发一瓶 500 ml 的矿泉水, 会议后了解到所发的矿泉水饮用情况要有四种: A. 全部喝完; B. 喝剩约 $\frac{1}{3}$; C. 喝剩约一半; D. 其他情况. 该数学兴趣小组的学生收集到的数据进行整理, 并绘制成所示的两幅不完整的统计图.

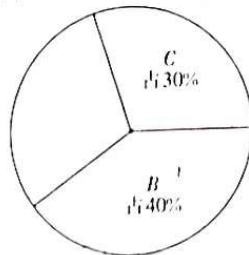
$\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})}{\cos(\alpha + \frac{\pi}{4})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{10} + \frac{3\sqrt{3}}{10}}{\frac{3}{10} - \frac{\sqrt{3}}{10}} = \frac{1 + 3\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = -\frac{1}{5} \times \frac{5}{7}$

3001C

会议中矿泉水饮用情况的条形统计图



会议中矿泉水饮用情况的扇形统计图



$$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 16$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$2\sqrt{3}-6 = \frac{3}{8\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-6}{8\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-6}{8\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4+16+12}{9}$$

$$AC = \sqrt{9+8} = 2\sqrt{5}$$

根据图中信息,本次调查中会议所发矿泉水全部喝完的人数是

- A. 40 B. 30 C. 22 D. 14

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $PA=AB$, P 是 HC 的中点, E, F 分别是棱 CD, PA 的中点, 则异面直线 BH 与 EF 所成角的余弦值是

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

当光线入射玻璃时, 表现有反射、吸收和透射三种性质, 光线透过玻璃的性质, 称为“透射”, 以透光率表示. 已知某玻璃的透光率为 90% (即光线强度减弱 10%). 若光线强度要减弱到原来的 $\frac{1}{25}$ 以下, 则至少要通过这样的玻璃的数量是 (参考数据: $\lg 2 \approx 0.30, \lg 3 \approx 0.477$)

- A. 30 块 B. 31 块 C. 32 块 D. 33 块

9. 已知 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的奇函数, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, 当 $x > 0$ 时, $xf'(x) + 2f(x) > 0$. 若 $f(2) = 0$, 则不等式 $x^3 f(x) > 0$ 的解集是

- A. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ B. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
C. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(-2, 0) \cup (0, 2)$

10. 已知函数 $f(x) = 2\sin x |\cos x| + \sqrt{3} \cos 2x$, 则

- A. $f(x)$ 的最小正周期是 π
B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称
C. $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上有 4 个极值点
D. $f(x)$ 在 $[\frac{13\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}]$ 上单调递减

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 过 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的切线交双曲线 C 的右支于点 P , 切点为 M , 若 $\overline{PM} = 3\overline{MF_1}$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\frac{5}{3}$ B. 2 C. 3 D. $\frac{10}{3}$

12. 数学中有许多形状优美、寓意独特的几何体, 图 1 所示的礼品包装盒就是其中之一. 该礼品包装盒可以看成是一个十面体, 其中上、下底面为全等的正方形, 所有的侧面是全等的等腰三角形. 将长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 绕着其中心旋转 45° 得到如图 2 所示的十面体 $ABCD-EFGH$. 已知 $AB = AD = 2, AE = \sqrt{7}$,



图 1

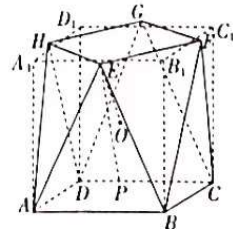


图 2

$\vec{DC} = 2(\sqrt{2}+1)\vec{DP}$, 过直线 EP 作平面 α , 则十面体 $ABCD-EFGH$ 外接球被平面 α 所截的截面圆面积的最小值是

- A. $\frac{(51-32\sqrt{2})\pi}{48}$ B. $\frac{(51-32\sqrt{2})\pi}{12}$ C. $\frac{(81+56\sqrt{2})\pi}{48}$ D. $\frac{(81+56\sqrt{2})\pi}{12}$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 已知向量 $\vec{AB} = (m, 2)$, $\vec{AC} = (1, 3)$, $\vec{BD} = (-4, -2)$, 若 B, C, D 三点共线, 则 $m =$

$\vec{BC} = (1-m, 1) \quad -4, -2 \quad -2(1-m) = -4 \quad 1-m=2$

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 若 $\cos A = \frac{1}{3}$, $a = 2\sqrt{3}$, $c = 3$, 则 $b =$

15. 某班派甲、乙等五人参加跳高、跳远、50 米短跑这三个项目, 要求每人只参加一个项目, 且每个项目都要有人参加, 则甲、乙参加同一个项目的概率是

16. 已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} , 且 $f(x) - g(2-x) = -5$, $g(x) + f(x+2) = 3$. 若 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 且 $f(3) = -3$, 则 $\sum_{k=1}^{22} g(k) =$

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_3 = 10, a_2, a_4, a_7$ 成等比数列.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;
(2) 记 $b_n = \frac{2}{S_n + 6}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

$f(x+1) = g(1-x) - 5$
 $g(1-x) = f(1+x)$
 $f(1-x) = g(x+1) - 5$
 $g(1) = 6, g(2) = 2, g(3) = 1$
 $6 \ 8 \ 10$
 $5d^2 - 10d = 0$

18. (12 分)

某商场在周年庆举行了一场抽奖活动, 抽奖箱中所有乒乓球都是质地均匀, 大小与颜色相同的, 且每个小球上标有 1, 2, 3, 4, 5, 6 这 6 个数字中的一个, 每个号都有若干个乒乓球. 顾客有放回地从抽奖箱中抽取小球, 用 x 表示取出的小球上的数字, 当 $x \geq 5$ 时, 该顾客积分为 3 分, 当 $3 \leq x < 5$ 时, 该顾客积分为 2 分, 当 $x < 3$ 时, 该顾客积分为 1 分. 以下是用电脑模拟的抽奖, 得到的 30 组数据如下:

27-10

1	3	1	1	3	3	4	1	2	
4	1	2	5	3	1	2	6	3	1
6	1	2	1	2	2	5	3	4	5

(1) 以此样本数据来估计顾客的抽奖情况, 分别估计某顾客抽奖一次, 积分为 3 分和 2 分的概率;

(2) 某顾客从上述 30 个样本数据中随机抽取 2 个, 若该顾客总积分是几分, 商场就让利几折 (如该顾客积分为 $3+3=6$, 商场就给该顾客的所有购物打 $10-6=4$ 折), 记该顾客最后购物打 X 折, 求 X 的分布列和数学期望.

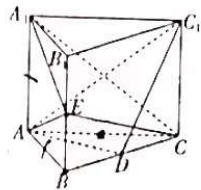
$\frac{27}{15} = \frac{14}{5}$
 $\frac{27}{43} = \frac{5}{30 \times 27}$

$\frac{2n}{3(n+3)}$
 $\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}$
 $2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6$

9. (12分)

如图,在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=AB$, D, E 分别是棱 BC, BB_1 的中点.

- (1)证明:平面 $AC_1D \perp$ 平面 A_1CE .
(2)求平面 ACE 与平面 A_1CE 所成锐二面角的余弦值.



$\frac{\sqrt{6}}{3}$

10. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 点 $M(0, 2)$ 在椭圆 C 上.

- (1)求椭圆 C 的标准方程.
(2)已知 $P(0, 1)$, 直线 $l: y = kx + m (k \neq 0)$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 若直线 AP, BP 的斜率之和为 0, 试问 $\triangle PAB$ 的面积是否存在最大值? 若存在, 求出该最大值; 若不存在, 请说明理由.



1. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - 3x^2 + ax$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程为 $y = (e-2)x + b$.

- (1)求 a, b 的值;
(2)若关于 x 的不等式 $f(x) > m$ 对于任意 $x \in [1, +\infty)$ 恒成立, 求整数 m 的最大值.

(参考数据: $\ln 10 \approx 2.3$)

$\ln 10 \approx 2.3$

$e^x - 6x + a > m$
 $e^x - 6$

$e+1 = e-2+3$

$\frac{-3}{2\sqrt{e}} = -$

二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

2. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + 2\cos \alpha \\ y = 2 + 2\sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程是 $\rho \cos \theta - 2\rho \sin \theta + 4 = 0$.

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

- (2)已知 $P(-4, 0)$, 设直线 l 和曲线 C 交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 Q , 求 $|PQ|$ 的值.

$x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$

$x - 2y + 4 = 0$

$\frac{7}{5}$

3. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x-3| + 1$.

- (1)求不等式 $f(x) \leq 8 - |x+2|$ 的解集;
(2)若对任意的 $x > 0$, 关于 x 的不等式 $f(x) \geq ax$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

$y = \frac{1}{2}(x+4)$

级
3
12
12
4
5
4
5

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线