

清远市 2022~2023 学年第一学期高中期末教学质量检测

高三 数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷共 150 分,考试时间 120 分钟。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $(1+i)^2 + i(1-i) =$

- A. $3-i$ B. $3+i$ C. $-1+3i$ D. $1+3i$

2. 已知集合 $A = \{x | x(x-5) < 0\}$, $B = \{x | x > 2\}$, $M = A \cap B$, 则

- A. $4 \notin M$ B. $\sqrt{10} \in M$ C. $5 \in M$ D. $6 \in M$

3. 已知 $f(x) = x^3 g(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 则 $g(x)$ 的解析式可以为

- A. $g(x) = (\frac{1}{3})^x - 3^x$ B. $g(x) = x^3 + x^2$
C. $g(x) = (\frac{1}{3})^x + 3^x$ D. $g(x) = x^2 - x^3$

4. 古希腊的数学家阿基米德早在 2200 多年前利用“逼近法”得到椭圆的面积除以圆周率等于椭圆的长半轴长与短半轴长的乘积. 如图, 某种椭圆形镜子按照实际面积定价, 每平方米 200 元, 小张要买的镜子的外轮廓是长轴长为 1.8 米且离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 的椭圆, 则小张要买的镜子的价格约为



- A. 1356 元 B. 341 元
C. 339 元 D. 344 元

5. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 的图象关于点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称, 且 $f(x)$ 在 $(0, \frac{5\pi}{48})$ 上单调, 则 ω 的取值集合为

- A. $\{2\}$ B. $\{8\}$ C. $\{2, 8\}$ D. $\{2, 8, 14\}$

6. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, “三棱锥 $A-BCD$ 为正三棱锥”是“ $AB \perp CD$ 且 $AC \perp BD$ ”的

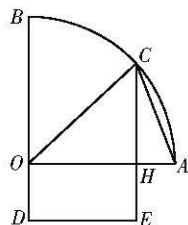
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知 P, Q 为圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上的两个动点, 点 $M(-1, 1)$, 且 $PM \perp QM$, 则坐标原点 O 到直线 PQ 的距离的最大值为

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ D. 2

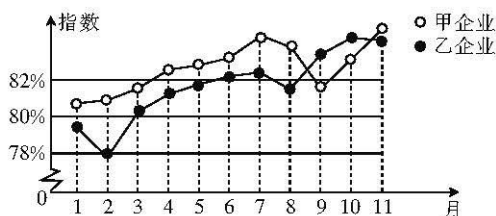
8. 如图, 已知 OAB 是半径为 2 km 的扇形, $OA \perp OB$, C 是弧 AB 上的动点, 过点 C 作 $CH \perp OA$, 垂足为 H , 某地区欲建一个风景区, 该风景区由 $\triangle AOC$ 和矩形 $ODEH$ 组成, 且 $OH = 2OD$, 则该风景区面积的最大值为

- A. $\frac{5}{2} \text{ km}^2$ B. $\frac{11}{4} \text{ km}^2$
C. 3 km^2 D. $\frac{17}{8} \text{ km}^2$



二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 某市经济开发区的经济发展取得阶段性成效, 为深入了解该区的发展情况, 现对该区两企业进行连续 11 个月的调研, 得到两企业这 11 个月利润增长指数折线图(如下图所示), 下列说法正确的是



- A. 这 11 个月甲企业月利润增长指数的平均数超过 82%
B. 这 11 个月的乙企业月利润增长指数的第 70 百分位数小于 82%
C. 这 11 个月的甲企业月利润增长指数较乙企业更稳定
D. 在这 11 个月中任选 2 个月, 则这 2 个月乙企业月利润增长指数都小于 82% 的概率为 $\frac{4}{11}$
10. 我国古代数学著作《算法统宗》中有如下问题: “今有善走者, 日增等里, 首日行走一百里, 九日共行一千二百六十里, 问日增几何?” 其大意是: 现有一位善于步行的人, 第一天行走了一百里, 以后每天比前一天多走 d 里, 九天他共行走了一千二百六十里, 求 d 的值. 关于该问题, 下列结论正确的是
- A. $d=15$
B. 此人第三天行走了一百二十里
C. 此人前七天共行走了九百一十里
D. 此人有连续的三天共行走了三百九十里
11. 已知棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的中心为 O , 用过点 O 的平面去截正方体, 则
- A. 所得的截面可以是五边形 B. 所得的截面可以是六边形
C. 该截面的面积可以为 $3\sqrt{3}$ D. 所得的截面可以是非正方形的菱形
12. 设 $a=e^{0.02}-1, b=\ln 1.02, c=\frac{1}{51}, d=\sqrt{1.02}-1$, 则
- A. $b < a$ B. $b < c$ C. $d < b$ D. $d < c$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 是线段 BD 的中点,若 $\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AD}+n\overrightarrow{EC}$,则 $m-n=$ \blacktriangle .

14. $x^2(2x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中常数项为 \blacktriangle .

15. 已知 P 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 上异于顶点 A_1, A_2 的任意一点,直线 PA_1, PA_2 的斜率分别为 k_1, k_2 ,写出满足 C 的焦距小于 8 且 $3 < k_1 k_2 < 4$ 的 C 的一个标准方程: \blacktriangle .

16. 设函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x, & x \leq 4, \\ |\log_2(x-4)|, & x > 4, \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = t$ 有四个实根 x_1, x_2, x_3, x_4 且 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$,则 $x_3 x_4 - 4(x_3 + x_4) =$ \blacktriangle , $(\sqrt{2} + x_1)(\sqrt{2} - x_2) + 4x_3 + \frac{1}{4}x_4$ 的最小值为 \blacktriangle . (本题第一空 2 分,第二空 3 分)

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边. 已知 $7a \cos A = b \cos C + c \cos B$.

(1) 求 $\cos 2A$;

(2) 若 $b+c=9, a^2=12b^2+1$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12 分)

2022 年卡塔尔世界杯于北京时间 11 月 20 日在卡塔尔正式开赛,该比赛吸引了全世界亿万球迷观看. 为了了解喜爱观看世界杯是否与性别有关,某体育台随机抽取 200 名观众进行统计,得到如下 2×2 列联表.

	男	女	合计
喜爱看世界杯	60	20	80
不喜爱看世界杯	40	80	120
合计	100	100	200

(1) 试根据小概率值 $\alpha=0.001$ 的独立性检验,能否认为喜爱观看世界杯与性别有关联?

(2) 在喜爱观看世界杯的观众中,按性别用分层抽样的方式抽取 8 人,再从这 8 人中随机抽取 2 人参加某电视台的访谈节目,设参加访谈节目的女性观众与男性观众的人数之差为 X ,求 X 的分布列.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

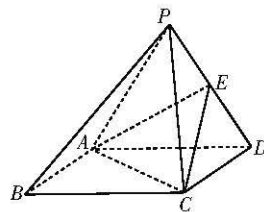
α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_{α}	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

19. (12分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是菱形, E 是 PD 的中点, $PA=PD, AB=2, \angle ABC=60^\circ$.

(1) 证明: $PB \parallel$ 平面 EAC .

(2) 若四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{6}}{3}$, 求直线 EC 与平面 PAB 所成角的正弦值.



20. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1=2, \{2-\frac{S_n}{a_n}\}$ 是公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $b_n = \frac{\log_2 a_n + \log_2 a_{n+1}}{(\log_2 a_n \cdot \log_2 a_{n+1})^2} + a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

21. (12分)

已知抛物线 $C: y^2=4x, F$ 为抛物线 C 的焦点, 且直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点.

(1) 若直线 l 的方程为 $x+y-2=0$, 求 $\triangle ABF$ 的面积;

(2) 设线段 AB 的中点为 T , 已知点 P 是不同于 A, B 的一点, 若 $\vec{PM} = \lambda \vec{MA}, \vec{PN} = \lambda \vec{NB} (\lambda > 0)$, 且 M, N 均在抛物线 C 上, 证明: 直线 PT 垂直于 y 轴.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - \cos 2x) - 2x \sin x - \cos x + mx$ 的图象在点 $(0, f(0))$ 处的切线斜率为 0.

(1) 求 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上的单调区间;

(2) 设 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, 函数 $g(x) = (2a-1)x + (a+2)x \cos x - \sin 2x + f'(x)$, 若 $g(x) > 0$ 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

