

秘密★启用前 【考试时间：7月4日 15:00—17:00】

昆明市 2022~2023 学年高二期末质量检测

数 学

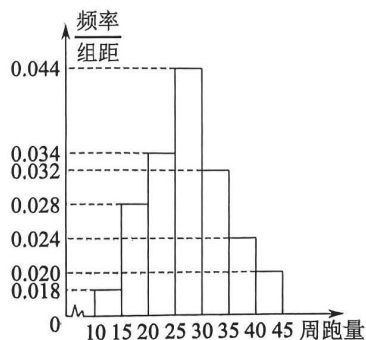
注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的位罝贴好条形码。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复平面内，复数 z 所对应的点为 $(2,1)$ ，则 $zi =$
A. $2+i$ B. $2+2i$ C. $-1+2i$ D. $-1-2i$
2. 已知集合 $A = \{1, 2, 4\}$ ，集合 $B = \{a, a+2\}$ ，若 $A \cap B = B$ ，则 $a =$
A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
3. 某校为调查学生跑步锻炼的情况，从该校 3000 名学生中随机抽取 300 名学生，并统计这 300 名学生平均每周的跑步量（简称“周跑量”，单位：km/周），得到如图所示的频率分布直方图。称周跑量不少于 35 km/周的学生为“跑步达人”，用频率分布直方图估计这 3000 名学生中“跑步达人”的人数为

- A. 66
- B. 132
- C. 660
- D. 720



4. 大西洋鲑鱼每年都要逆流而上, 洄游到产卵地产卵. 科学家发现鲑鱼的游速 v (单位: m/s)

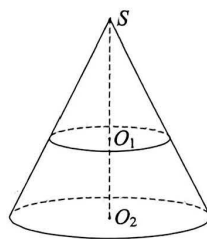
与鲑鱼的耗氧量的单位数 P 的关系为 $v = \frac{1}{2} \log_3 \frac{P}{100}$, 则鲑鱼静止时耗氧量的单位数为

- A. 1 B. 100 C. 200 D. 300

5. 如图, 圆锥 SO_2 被平行于底面的一个平面所截, 截去一个上、下底面半径分别为 3 和 5,

高为 4 的圆台 O_1O_2 , 则所得圆锥 SO_1 的体积为

- A. 16π
B. 18π
C. 20π
D. 24π



6. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, F_1, F_2 分别是 C 的左, 右焦点, P 为 C 上一点,

若线段 PF_1 的中点在 y 轴上, $\angle PF_1F_2 = \frac{\pi}{6}$, 则 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $2 - \sqrt{3}$

7. 已知 $\sin(\frac{\pi}{6} - x) = \frac{1}{4}$, 则 $\sin(2x + \frac{\pi}{6}) =$

- A. $-\frac{7}{8}$ B. $-\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{7}{8}$

8. 已知关于 x 的不等式 $(a+1)x \geq \ln x + b$ 恒成立, 则 ae^{b-1} 的最小值为

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{8}$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项

是符合题目要求的, 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知抛物线 $E: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , A 为 E 上一点, 则下列命题或结论正确的是

- A. 若 AF 与 x 轴垂直, 则 $|AF| = 2$ B. 若点 A 的横坐标为 2, 则 $|AF| = 3$
C. 以 $|AF|$ 为直径的圆与 y 轴相切 D. $|AF|$ 的最小值为 2

10. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有顶点都在球 O 的球面上, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, $BC = 3$, $AA_1 = 2$, 则下列结论正确的是
- A. 球 O 的表面积为 16π B. O 到直线 AA_1 的距离为 $\sqrt{3}$
- C. O 到平面 BCC_1B_1 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. O 到平面 ABB_1A_1 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
11. 已知甲口袋中装有 3 个红球, 1 个白球, 乙口袋中装有 2 个红球, 1 个白球, 这些球只有颜色不同. 先从甲口袋中随机取出 1 个球放入乙口袋, 再从乙口袋中随机取出 1 个球. 从甲口袋中取出的球是红球、白球分别为事件 A_1 、 A_2 , 从乙口袋中取出的球是红球为事件 B , 则下列结论正确的是
- A. $P(A_1) = \frac{3}{4}$ B. $P(B|A_2) = \frac{1}{4}$ C. $P(A_1B) = \frac{3}{4}$ D. $P(B) = \frac{11}{16}$
12. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(3x+1)$ 为奇函数, $f(x+2)$ 为偶函数, 当 $x \in [1, 2]$ 时, $f(x) = a + \log_2 x$. 则下列结论正确的是
- A. $f(1) = 1$ B. $f(7) = 0$ C. $\sum_{k=1}^{2023} f(k) = 1$ D. $\sum_{k=1}^{100} k f(k) = -100$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 3$, 则 $|\mathbf{b}| =$ _____.
14. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, 过点 $(1, 1)$ 的直线 l 与圆 O 交于 A , B 两点, 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 的一个可能的值为 _____.
15. 《周髀算经》是中国十部古算经之一, 其中记载有: 阴阳之数, 日月之法, 十九岁为一章, 四章为一部, 二十部为一遂……. 若 32 个人的年龄 (都为整数) 依次成等差数列, 他们的年龄之和恰好为 “一遂”, 其中年龄最小者不超过 30 岁, 则年龄最大者为 _____ 岁.
16. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$ ($\omega > 0$), $x = \frac{\pi}{4}$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴, $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{4})$ 上单调, 若 $f(x)$ 在区间 $(-m, m)$ 上有且仅有 2 个极值点, 则 m 的取值范围为 _____.

数学试卷 · 第 3 页 (共 6 页)

四、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1，记其前 n 项和为 S_n ， $S_n = \frac{a_n(n+1)}{2}$ 。

(1) 求 a_n ；

(2) 设 $b_n = 2^{a_n}$ ，求 $b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_n$ 。

18. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c ， $\sin^2 B - \sin^2 C = \sin A(\sin A - \sin C)$ 。

(1) 求 B ；

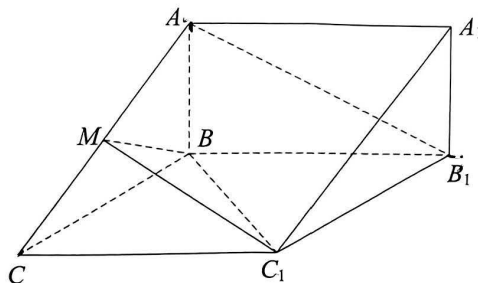
(2) 设 BD 是 AC 边上的高，且 $BD = 2$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的最小值。

19. (12 分)

如图，三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， M 是 AC 的中点， $AB \perp$ 平面 BCC_1B_1 ， $AC \perp BC_1$ 。

(1) 求证： $BC_1 \perp BC$ ；

(2) 若 $AB = BC_1 = \frac{1}{2}BC$ ，求平面 MBC_1 与平面 ACC_1A_1 夹角的余弦值。



数学试卷·第 4 页 (共 6 页)

20. (12 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 在 $x=1$ 处取得极值 0.

(1) 求 a, b ;

(2) 若过点 $(1, m)$ 存在三条直线与曲线 $y = f(x)$ 相切, 求实数 m 的取值范围.

21. (12 分)

已知双曲线 $M: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 过点 $(\sqrt{5}, \frac{1}{2})$, 一条渐近线方程为 $x - 2y = 0$.

(1) 求 M 的方程;

(2) 过 M 的右焦点的直线 l 与 M 的右支交于 P, Q 两点, $T(-3, 0)$, 若 $\triangle TPQ$ 的外接圆圆心 E 在 y 轴上, 求直线 l 的方程.

22. (12 分)

某研究所研究某一型号疫苗的有效性, 研究人员随机选取 50 只小白鼠注射疫苗, 并将白鼠分成 5 组, 每组 10 只, 观察每组被感染的白鼠数. 现用随机变量 X_i ($i=1, 2, \dots, 5$)

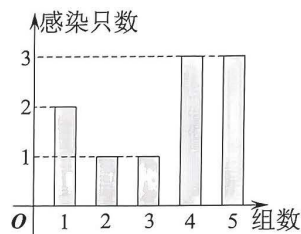
表示第 i 组被感染的白鼠数, 并将随机变量 X_i 的观测值

x_i ($i=1, 2, \dots, 5$) 绘制成如图所示的频数分布条形图.

若接种疫苗后每只白鼠被感染的概率为 p ($p \in (0, 1)$),

假设每只白鼠是否被感染是相互独立的. 记 A_i 为事件

“ $X_i = x_i$ ($i=1, 2, \dots, 5$)”.



(1) 写出 $P(A_i)$ (用 p 表示, 组合数不必计算);

(2) 研究团队发现概率 p 与参数 θ ($0 < \theta < 1$) 之间的关系为 $p = \frac{1}{2}\theta^2 - \frac{5}{6}\theta + \frac{19}{45}$. 在统计

学中, 若参数 $\theta = \theta_0$ 时的 p 值使得概率 $P(A_1 A_2 A_3 A_4 A_5)$ 最大, 称 θ_0 是 θ 的最大似然估计, 求 θ_0 .

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线