铜川市 2023 年高三第二次质量检测

文科数学试题参考答案

一、选择题

1.解：依题意得，$\complement_U A=\{3,4\}$，于是$(\complement_U A)\cap B=\{3\}$．故选：$B$．

2.解：$|z_1|=3$，$z_2=2+i$，则$|z_2|=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，故$|z_1\cdot z_2|=|z_1||z_2|=3\times\sqrt{5}=3\sqrt{5}$．

故选：C．

3.解：因为$\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$，

故该算法的功能是求$S=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\cdots+(\sqrt{2023}-\sqrt{2022})$，

$S=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\cdots+(\sqrt{2023}-\sqrt{2022})=\sqrt{2023}-1$．故选：$D$．

4.解：如图：设$BC=2a$，$AB=2c$，$AC=2b$，

$\therefore a^2=b^2+c^2$，$\therefore S_{I}=\frac{1}{2}\times 4bc=2bc$，$S_{III}=\frac{1}{2}\times\pi a^2-2bc$，

$S_{II}=\frac{1}{2}\times\pi c^2+\frac{1}{2}\times\pi b^2-S_{III}=\frac{1}{2}\times\pi c^2+\frac{1}{2}\times\pi b^2-\frac{1}{2}\times\pi a^2+2bc=2bc$，

$\therefore S_{I}=S_{II}$，$\therefore P_1=P_2$，故选 A．

5.解：因为$0.5^a=0.2^b>0$，所以 $\lg 0.5^a=\lg 0.2^b$，即$a\lg 0.5=b\lg 0.2$，

所以$\frac{a}{b}=\frac{\lg 0.2}{\lg 0.5}=\frac{\lg 5}{\lg 2}>1$，所以$a>b$，

因为$\log_2 a=0.5^a=0.2^b>0$，所以$a>1$，

结合$y=\log_2 x$与$y=0.5^x$的图象，因为$\log_2 a=0.5^a$，$1<a<2$，所以 $0.5^a\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$，

所以 $0.2^b\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$，即$\left(\frac{1}{5}\right)^b>\frac{1}{4}>\frac{1}{5}$，可得$b<1$，

所以$b<1<a$，故选 C．

6 解：$\because|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{10}$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$ $\therefore$分别平方得$\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=10$，$\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=6$，

两式相减得 $4\vec{a}\cdot\vec{b}=10-6=4$，即$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，故选 A．

7.解：根据题意，甲组数据的平均数为 3，方差为 5，乙组数据的平均数为 5，方差为 3，

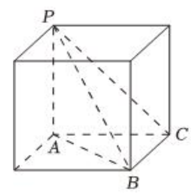
则两组数据混合后，新数据的平均数$\bar{x}=\frac{6\times 3+6\times 5}{12}=4$，

则新数据的方差$S^2=\frac{6}{12}[5+(3-4)^2]+\frac{6}{12}[3+(5-4)^2]=5$，故选：$D$．

8.解：$BC\perp AC$，则$\angle BCA=90°$，在$Rt\triangle ABC$中，$AC=1$，$BC=2$，则$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5}$，

又$PA=\sqrt{3}$，$PB=2\sqrt{2}$，则$PA^2+AB^2=3+5=8=PB^2$，即$PA\perp AB$，

$\because PA\perp AC$，$AB\cap AC=A$，$AB\subset$平面ABC，$AC\subset$平面ABC，



$\therefore PA\perp$平面ABC，故将三棱锥$P-ABC$放于长方体中，如图所示：

则体对角线PB即为三棱锥$P-ABC$的外接球的直径，即半径为$r=\sqrt{2}$，

$\therefore$三棱锥$P-ABC$的外接球的表面积为 $4\pi r^2=8\pi$，故选：A．

9.解：设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，$\because a_2+8a_5=0$，

$\therefore a_1q+8a_1q^4=0$，解得$q=-\frac{1}{2}$，$\therefore$数列$\{\frac{1}{a_n}\}$是等比数列，首项为$\frac{1}{a_1}$，公比为$-2$．

$\therefore S_2=\frac{\frac{1}{a_1}[1-(-2)^2]}{1-(-2)}=-\frac{1}{a_1}$，$S_5=\frac{\frac{1}{a_1}[1-(-2)^5]}{1-(-2)}=\frac{11}{a_1}$，$\therefore\frac{S_5}{S_2}=-11$．故选：$A$．

10.解：由图象的对称性可知，函数$f(x)$为偶函数．

对于A，$f(-x)=f(x)$，$f(x)$为偶函数；

对于B，$f(-x)=-f(x)$，$f(x)$为奇函数，不符合题意；

对于C，$f(-x)=f(x)$，$f(x)$为偶函数；又$f(4)=\frac{4^2}{e^4+e^{-4}}\le\frac{16}{e^4}<1$，不符合题意；

对于D，$f(-x)=-f(x)$，$f(x)$为奇函数，不符合题意，故选：A．

11.解：$f(x)=-\sin x(\frac{\sqrt{2}}{2}cosx-\frac{\sqrt{2}}{2}sinx)=-\frac{\sqrt{2}}{2}sinxcosx+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin^2x=-\frac{\sqrt{2}}{4}sin2x+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1-cos2x}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{4}sin2x-\frac{\sqrt{2}}{4}cos2x+\frac{\sqrt{2}}{4}=-\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}sin2x+\frac{\sqrt{2}}{2}cos2x)+\frac{\sqrt{2}}{4}=-\frac{1}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})+\frac{\sqrt{2}}{4}$，

当$x=-\frac{\pi}{8}$，则 $2x+\frac{\pi}{4}=0$，此时 $\sin(2x+\frac{\pi}{4})=0$，则函数关于$(-\frac{\pi}{8},\frac{\sqrt{2}}{4})$对称，故 A 错误，

当$x=\frac{\pi}{8}$，则 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$，此时 $\sin(2x+\frac{\pi}{4})=1$，则函数关于$x=\frac{\pi}{8}$对称，故 B 错误，

当$x=\frac{5\pi}{8}$，则 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}$，此时 $\sin(2x+\frac{\pi}{4})=-1$，则函数关于$x=\frac{5\pi}{8}$对称，故 C 正确，

当$x=\frac{3\pi}{8}$，则 $2x+\frac{\pi}{4}=\pi$，此时 $\sin(2x+\frac{\pi}{4})=0$，则函数关于点$(\frac{3\pi}{8},\frac{\sqrt{2}}{4})$对称，故 D 错误，

12.解：由椭圆C：$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，可得$a=2\sqrt{2}$，$b=2$，$c=2$，由对称性可知$|AF_1|=|BF_2|$，

$\therefore|F_1A|+|F_1B|=|BF_2|+|F_1B|=2a=4\sqrt{2}$，故 A 正确；

设$A(-x,t)$，$B(x,t)$，$\overrightarrow{AF_1}=(-2+x,-t)$，$\overrightarrow{BF_1}=(-2-x,-t)$，

若$AF_1\perp BF_1$时，可得$\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{BF_1}=4-x^2+t^2=4-(8-2t^2)+t^2=0$，解得$t=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故 B 错误；

$\because$直线$y=t(t\in(0,2))$与椭圆C交于A，B两点，$\therefore A$，B两点的坐标分别为$(-\sqrt{8-2t^2},t)$，$(\sqrt{8-2t^2},t)$，

$\therefore S=\frac{1}{2}|AB|\times d=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{8-2t^2}\times t=\sqrt{8-2t^2}\times t=\sqrt{2}\times\sqrt{4-t^2}\times t\le\sqrt{2}\times\frac{(\sqrt{4-t^2})^2+t^2}{2}=2\sqrt{2}$，当且仅当$\sqrt{4-t^2}=t$，即$t=\sqrt{2}$时取等号，故 C 正确；

F_1、F_2的坐标分别为$(-2,0)$，$(2,0)$设$A(x,y)(x<0)$，当$\angle F_1AF_2=\frac{\pi}{3}$时，$|AF_2|+|F_1A|=2a=4\sqrt{2}$，设$|AF_1|=m$，

则$|AF_2|=n$，

∴由余弦定理可得$m^2+n^2-2m\times n\times\cos\frac{\pi}{3}=4^2$，$\therefore (m+n)^2-2mn-mn=4^2$，$\therefore mn=\frac{16}{3}$，

$\therefore S_{AF_1F_2}=\frac{1}{2}mnsin\frac{\pi}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，又$\frac{1}{2}\times 2c\times y=S_{AF_1F_2}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$\therefore y=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

$\because$又$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，解得$x=-\frac{4\sqrt{3}}{3}$，故$D$正确．故选：$B$.

13.【答案】《三国演义》

解：由题意，若A说的两句话中，

甲读《西游记》正确，乙读《红楼梦》错误，则B说的甲读《水浒传)错误，

丙读《三国演义》正确·则C说的丙读《西游记》错误，乙读《水浒传》正确，

则D说的乙读《西游记》错误，丁读《三国演义》正确·

与B说的丙读《三国演义》正确相矛盾，不成立;

若A说的两句话中，乙读《红楼梦》正确，甲读《西游记》错误，

则C说的乙读《水游传》错误，丙读《西游记》正确，则D说的乙读《西游记》错误，丁读《三国演义)正确，则B说的丙读《三国演义》错误，甲读《水浒传》正确，则丁读《三国演义》.

14.【答案】$(n-1)2^n+1$

解：数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且点(a_n,S_n)总在直线$y=2x-1$上，所以$S_n=2a_n-1$.

当$n\geq 2$时，$S_{n-1}=2a_{n-1}-1$，两式相减得，$a_n=2a_{n-1}$，

又$\because a_1=1$，所以数列$\{a_n\}$是以1为首项，以2为公比的等比数列，$\therefore a_n=2^{n-1}$，$\therefore n\cdot a_n=n\cdot 2^{n-1}$

则$T_n=1\times 2^0+2\times 2^1+3\times 2^2+\ldots+n\times 2^{n-1}$，

所以$2T_n=1\times 2^1+2\times 2^2+3\times 2^3+\ldots+n\times 2^n$，两式相减得：$-T_n=2^0+2^1+2^2+\ldots+2^{n-1}-n\times 2^n=2^n-1-n\times 2^n$．所以数列$\{n\cdot a_n\}$的前$n$项和$T_n=(n-1)2^n+1$.

15.【答案】$\frac{\sqrt{17}}{3}$

解：不妨设$|PQ|=3k$，$|PF_2|=4k(k>0)$，

因为P在以F_1F_2为直径的圆上，所以$PF_1\perp PF_2$，即$PQ\perp PF_2$，则$|QF_2|=5k$，

因为Q在C的左支上，所以$|QF_2|+|PF_2|-|PQ|=(|QF_2|-|QF_1|)+(|PF_2|-|PF_1|)$，

即$4k+5k-3k=4a$，解得$2a=3k$，则$|PF_1|=|PF_2|-2a=4k-3k=k$，

因为$PF_1\perp PF_2$，所以$|F_1F_2|^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2$，即$4c^2=17k^2$，

故$2c=\sqrt{17}k$，故$e=\frac{2c}{2a}=\frac{\sqrt{17}}{3}$.

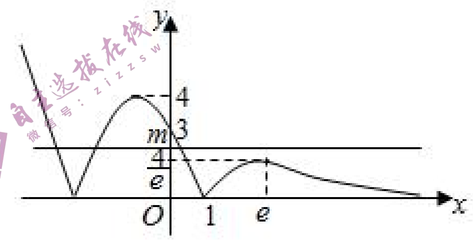
16.【答案】$(\frac{4}{e},4)$

解：$F(x)=\begin{cases}|f(x)|,x\leq 1,\\ g(x),x>1,\end{cases}=\begin{cases}|x^2+2x-3|,x\leq 1\\ \frac{4lnx}{x},x>1\end{cases}$，

当$x>1$时，$F(x)=\frac{4lnx}{x}$，$F'(x)=\frac{4-4lnx}{x^2}$，当$x\in(1,e)$时，$F'(x)>0$，$F(x)$单调递增；

当$x\in(e,+\infty)$时，$F'(x)<0$，$F(x)$单调递减；可得函数$F(x)$在$x=e$处的极大值为：$\frac{4}{e}$，

当$x\to+\infty$时，图象趋近于x轴．函数$F(x)$的大致图象如图所示，



可知函数$y=F(x)-m$存在3个零点时，m的取值范围是$(\frac{4}{e},4)$.

17.【答案】证明：(1)因为$\frac{1}{tanA}+\frac{1}{tanC}=\frac{1}{sinB}$，

所以$\frac{cosA}{sinA}+\frac{cosC}{sinC}=\frac{1}{sinB}$，所以$\frac{cosAsinC+sinAcosC}{sinAsinC}=\frac{1}{sinB}$，

所以$\frac{\sin(A+C)}{sinAsinC}=\frac{1}{sinB}$，所以$\frac{sinB}{sinAsinC}=\frac{1}{sinB}$，所以$\sin^2B=sinAsinC$，

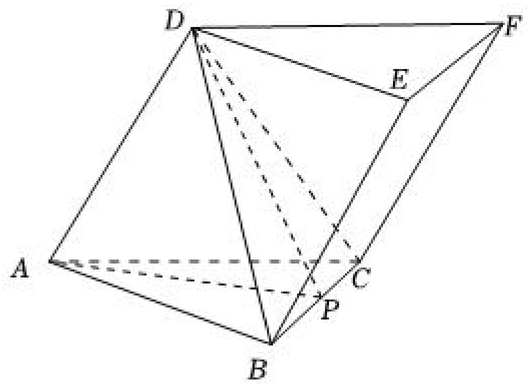
由正弦定理得$b^2=ac$；

(2)解：$cosB=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{a^2+c^2-ac}{2ac}\geq\frac{2ac-ac}{2ac}=\frac{1}{2}$，(当且仅当$a=c$时等号成立)，

则当$a=c$时，$cosB$取得最小值$\frac{1}{2}$，又$B\in(0,\pi)$，所以角B最大值为$\frac{\pi}{3}$，

此时$\triangle ABC$为等边三角形，所以$\triangle ABC$的面积为$\sqrt{3}$.

18.【答案】解：(1)证明：取BC的中点P，连接AP，PD，如图，



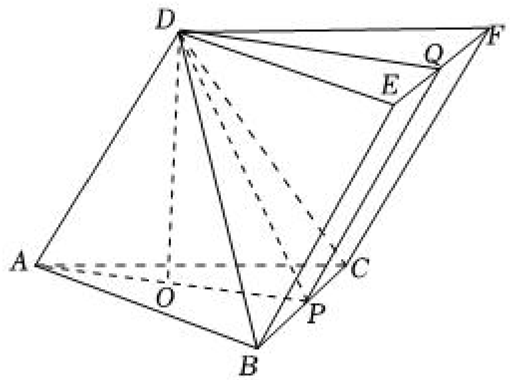
在等边$\triangle ABC$中，由题意知$AP\perp BC$，在$\triangle BCD$中，$DB=DC$，则$PD\perp BC$，

$\because AP$，$PD\subset$平面ADP，$AP\cap PD=P$，$\therefore BC\perp$平面ADP，

$\because AD\subset$平面ADP，$\therefore BC\perp AD$，在三棱柱$ABC-DEF$中，AD∥BE，四边形 $BCFE$ 是平行四边形，

则$BC\perp BE$，∴四边形$BCFE$为矩形；

(2)取EF的中点Q，连接DQ，PQ，过D作$DO\perp AP$，如图，



则$PQ\perp BC$，$\because PQ\subset$平面$BCFE$，$PD\subset$平面BDC，$BC\perp PD$，

$\therefore \angle QPD$是平面DBC与平面$BCFE$的夹角或其补角，在等边$\triangle ABC$中，$AP=AB\sin60°=\sqrt{3}$，

则$DQ=AP=\sqrt{3}$，

在$Rt\triangle DPB$中，$DP=\sqrt{DB^2-BP^2}=\sqrt{\frac{16}{3}-1}=\frac{\sqrt{39}}{3}$，

$\because BC\perp$平面ADP，$BC\subset$平面ABC，∴平面$ABC\perp$平面ADP

∵平面$ABC\cap$平面$ADP=AP$，且$DO\perp AP$，$\therefore DO\perp$平面ABC，

$\therefore \angle DAP$是侧棱AD与底面ABC所成角，即$\angle DAP=60°$，

在$\triangle DAP$中，$AD^2+AP^2-2\cdot AD\cdot AP\cdot\cos60°=DP^2$，

设$AD=x$，化简得 $3x^2-3\sqrt{3}x-4=0$，解得$x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$或$x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$(舍)，

$\therefore AD=PQ=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，在$\triangle DPQ$中，$\cos\angle DPQ=\frac{DP^2+PQ^2-DQ^2}{2DP\cdot PQ}=\frac{5\sqrt{13}}{26}$，

∴平面DBC与平面$BCFE$夹角的余弦值为$\frac{5\sqrt{13}}{26}$

19.【答案】解：(1)设A小区方案一的满意度平均分为$\overline{x}$，

则$\overline{x}=(45\times0.006+55\times0.014+65\times0.018+75\times0.031+85\times0.021+95\times0.010)\times10=72.7$.

设B小区方案二的满意度平均分为$\overline{y}$，

则$\overline{y}=(45\times0.005+55\times0.010+65\times0.010+75\times0.020+85\times0.032+95\times0.023)\times10=78.3$

$\because 72.7<78.3$.

∴方案二的垃圾分类推行措施更受居民欢迎.

(2)由题意可知：

A小区即方案一中，满意度不低于 70 分的频率为(0.031+0.021+0.010)×10=0.62，以频率估计概率，赞成率为 62%

B小区即方案二中，满意度不低于 70 分的频率为$(0.020+0.032+0.023)\times10=0.75$，以频率估计概率，赞成率为 75%。

$\therefore B$小区可继续推行方案二.

(3)由(2)中结果，在B小区不赞成 25 人中，取 $8\times25\%=2$ 人，赞成的 75 人中取 $8\times75\%=6$ 人组成代表团，

设至少有 一个不赞成居民做汇总发言的概率为p，枚举略，由古典概型：

$p=13/28$.

20.【答案】解：(1)由题意可知$F(\frac{p}{2},0)$，$\therefore |PF|=\sqrt{(-3-\frac{p}{2})^2+(2-0)^2}=2\sqrt{5}$，

又$\because p>0$，$\therefore p=2$，∴抛物线E的标准方程为$y^2=4x$.

证明：(2)显然直线AB斜率存在，设直线AB的方程为$y-2=k(x+3)$，

联立方程$\begin{cases}y-2=k(x+3)\\y^2=4x\end{cases}$，消去$x$得$ky^2-4y+8+12k=0(k\neq0)$，

$\therefore \Delta=16(-3k^2-2k+1)>0$，

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$\therefore y_1+y_2=\frac{4}{k}$，$y_1y_2=\frac{8}{k}+12$，$\therefore y_1y_2-12=2(y_1+y_2)$①，

直线AC的方程为 $y-y_1=x-\frac{y_1^2}{4}$

，联立方程$\begin{cases} y-y_1=x-\frac{y_1^2}{4} \\ y^2=4x \end{cases}$，化简得$y^2-4y+4y_1-y_1^2=0$，

$\therefore \Delta=16-4(4y_1-y_1^2)>0$，

设$C(x_3,y_3)$，则$y_1+y_3=4$②，由①②得$(4-y_3)y_2-12=2(4-y_3+y_2)$，

$\therefore 2(y_2+y_3)=y_2y_3+20$③，

(i)若直线BC斜率不存在，则$y_2+y_3=0$，又$\because 2(y_2+y_3)=y_2y_3+20$，$\therefore y_3^2=20$，

$\therefore x_3=\frac{y_3^2}{4}=5$，$\therefore$直线$BC$的方程为$x=5$，

(ii)若直线BC的斜率存在，为$\frac{y_2-y_3}{x_2-x_3}=\frac{4}{y_2+y_3}$，

$\therefore$直线BC的方程为$y-y_2=\frac{4}{y_2+y_3}(x-\frac{y_2^2}{4})$，即$4x-(y_2+y_3)y+y_2y_3=0$，

将③代入得$4x-(y_2+y_3)y+2(y_2+y_3)-20=0$，

$\therefore (y_2+y_3)(2-y)+4(x-5)=0$，

$\therefore$直线BC斜率存在时过点$(5,2)$，由$(i)(ii)$可知，直线BC过定点$(5,2)$.

21.【答案】解：(1)已知函数$f(x)=lnx+x+\frac{2}{ax}(a\neq 0)$，

当$a=1$时，$f(x)=lnx+x+\frac{2}{x}$，定义域为$(0,+\infty)$，

$f'(x)=\frac{1}{x}+1-\frac{2}{x^2}=\frac{x^2+x-2}{x^2}=\frac{(x-1)(x+2)}{x^2}$，

令$f'(x)>0$，即$(x-1)(x+2)>0$，解得$x>1$；

令$f'(x)<0$，即$(x-1)(x+2)<0$，解得$0<x<1$

故函数$f(x)$的单调递减区间为$(0,1)$，单调递增区间为$(1,+\infty)$，

则$f(x)$有极小值$f(1)=0+1+2=3$，无极大值；

(2)若对$\forall x\in(e^{-1},e)$，$f(x)<x+2$

即对$\forall x\in(e^{-1},e),lnx+\frac{2}{ax}-2<0$，

令$g(x)=lnx+\frac{2}{ax}-2,g'(x)=\frac{1}{x}-\frac{2}{ax^2}=\frac{ax-2}{ax^2}$，

令$g'(x)=0$，解得$x=\frac{2}{a}$，

①当$a<0$时，$g'(x)=\frac{ax-2}{ax^2}>0$，函数$g(x)$在$(e^{-1},e)$上单调递增，

$g(e)=lne+\frac{2}{ae}-2=-1+\frac{2}{ae}<0$显然成立；

②当$a>0$时，令$g'(x)>0$，解得$x>\frac{2}{a}$，

令$g'(x)<0$，解得$0<x<\frac{2}{a}$，

则函数$g(x)$在$(0,\frac{2}{a})$上单调递减，在$(\frac{2}{a},+\infty)$上单调递增，

若$g(x)<0$在(e^{-1},e)恒成立，只需满足$\begin{cases} g(e^{-1})\leqslant 0 \\ g(e)\leqslant 0 \end{cases}$，即$\begin{cases} -3+\frac{2}{ae^{-1}}\leqslant 0 \\ -1+\frac{2}{ae}\leqslant 0 \end{cases}$，解得$a\geqslant\frac{2e}{3}$，

综上，实数a的取值范围为$(-\infty,0)\cup[\frac{2e}{3},+\infty)$.

22.【答案】解：(1)由$\begin{cases} x=1+\sqrt{3}\cos\theta, \\ y=\sqrt{3}\sin\theta, \end{cases}$得曲线$C$的普通方程为$(x-1)^2+y^2=3$；

当$\alpha=\frac{\pi}{3}$时，直线l的参数方程为$\begin{cases} x=2+\frac{1}{2}t, \\ y=1+\frac{\sqrt{3}}{2}t, \end{cases}$($t$为参数)，

$\therefore$直线l的普通方程为$\sqrt{3}x-y-2\sqrt{3}+1=0$，

则其极坐标方程为$\sqrt{3}\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-2\sqrt{3}+1=0$，

即$2\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=2\sqrt{3}-1$.

(2)将$\begin{cases} x=2+t\cos\alpha, \\ y=1+t\sin\alpha, \end{cases}$代入圆的方程$(x-1)^2+y^2=3$中，得$(1+t\cos\alpha)^2+(1+t\sin\alpha)^2=3$，

化简得$t^2+2t(\sin\alpha+\cos\alpha)-1=0$.

又点$(2,1)$在圆$(x-1)^2+y^2=3$内，

设M，N两点对应的参数分别为t_1，t_2，则$t_1+t_2=-2(\sin\alpha+\cos\alpha)$，$t_1t_2=-1$，

$\therefore |MN|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{4(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+4}=2\sqrt{2+\sin 2\alpha}=\sqrt{10}$.

$\therefore \sin 2\alpha=\frac{1}{2}$，解得$2\alpha=\frac{\pi}{6}$或$2\alpha=\frac{5\pi}{6}$. 即$\alpha=\frac{\pi}{12}$或$\alpha=\frac{5\pi}{12}$则直线$l$的倾斜角为$\frac{\pi}{12}$或$\frac{5\pi}{12}$.

23.【答案】解：（1）当$x<-2$时，$f(x)\le 6-x$，即$-2x+2-x-2\le 6-x$，解得$x\ge -3$，故$-3\le x<-2$；

当$-2\le x\le 1$时，$f(x)\le 6-x$，即$-2x+2+x+2\le 6-x$，$\therefore 4\le 6$，则$-2\le x\le 1$；

当$x>1$时，$f(x)\le 6-x$，即$2x-2+x+2\le 6-x$，解得$x\le\frac{3}{2}$，故$1<x\le\frac{3}{2}$，

综上所述，原不等式的解集为$\{x|-3\le x\le\frac{3}{2}\}$；

(2)证明：若$x<-2$，则$f(x)=-3x>6$；

若$-2\le x\le 1$，则$f(x)=-x+4\ge 3$；若$x>1$，则$f(x)=3x>3$，

所以函数$f(x)$的最小值$T=3$，故$a+b+c=3$. 又a、b，c为正数，

则$(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c})\times 3=(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c})(a+b+c)\ge 6+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}+2\sqrt{\frac{c}{a}\cdot\frac{4a}{c}}+2\sqrt{\frac{c}{b}\cdot\frac{4b}{c}}=16$.

当且仅当$a=b=\frac{3}{4}$，$c=\frac{3}{2}$时等号成立，所以$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}\ge\frac{16}{3}$.