

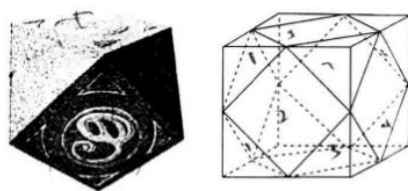
# 高一联考数学

## 注意事项:

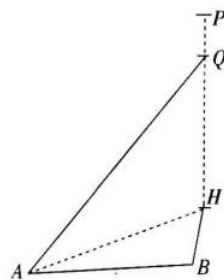
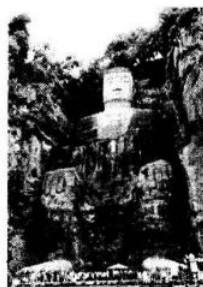
1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 从全市 5 万名高中生中随机抽取 500 名学生,以此来了解这 5 万名高中生的身高,在这一情境中,这 5 万名高中生的身高的全体是指  
A. 个体 B. 总体 C. 样本 D. 样本量
2. 已知集合  $A=\{x|x \text{ 是四棱柱}\}$ ,  $B=\{x|x \text{ 是长方体}\}$ ,  $C=\{x|x \text{ 是直四棱柱}\}$ ,  $D=\{x|x \text{ 是正四棱柱}\}$ ,集合  $A, B, C, D$  之间的关系为  
A.  $D \subseteq B \subseteq C \subseteq A$  B.  $D \subseteq C \subseteq B \subseteq A$  C.  $B \subseteq D \subseteq C \subseteq A$  D.  $B \subseteq C \subseteq D \subseteq A$
3. 若复数  $z = \frac{i^2}{2+3i}$ , 则  $\bar{z} =$   
A.  $\frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$  B.  $\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$  C.  $-\frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$  D.  $-\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$
4. 已知向量  $a = (2, -1)$ , 点  $A(1, 1), B(m, 3)$ , 若  $a \perp \overrightarrow{AB}$ , 则  $m =$   
A. 3 B. -3 C. 2 D. -2
5. 某广场设置了一些石凳供大家休息,如图,每个石凳都是由正方体截去八个相同的正三棱锥得到的几何体,则下列结论不正确的是  
A. 该几何体的侧面是等边三角形或正方形  
B. 该几何体恰有 12 个面  
C. 该几何体恰有 24 条棱  
D. 该几何体恰有 12 个顶点
6. 已知一组数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的平均数为  $x$ , 标准差为  $s$ , 则数据  $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, \dots, 3x_n - 1$  的平均数和方差分别为  
A.  $3x - 1, 3s - 1$  B.  $3x, 3s$   
C.  $3x - 1, 9s^2$  D.  $3x - 1, 9s^2 - 1$
7. 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F, M, N$  分别是  $AD, A_1D_1, BC, CC_1$  的中点, 则异面直线  $EF$  和  $MN$  所成角的弧度数为  
A.  $\frac{\pi}{6}$  B.  $\frac{\pi}{4}$  C.  $\frac{\pi}{3}$  D.  $\frac{\pi}{2}$



8. 位于四川省乐山市的乐山大佛, 又名“凌云大佛”, 是世界文化与自然双重遗产之一. 如图, 已知  $PH$  为佛像全身高度,  $PQ$  为佛身头部高度 ( $PQ$  约为 15 米). 某人为测量乐山大佛的高度, 选取了与佛像底部在同一水平面上的两个测量基点  $A, B$ , 测得  $AB=40$  米,  $BH=20$  米,  $\angle ABH=108^\circ$ , 在点  $A$  处测得点  $Q$  的仰角为  $48.24^\circ$ , 则佛像全身高度约为



(参考数据: 取  $\tan 48.24^\circ=1.12$ ,  $\cos 108^\circ=-0.31$ ,  $\sqrt{39}=6.25$ )

- A. 56 米      B. 69 米      C. 71 米      D. 73 米

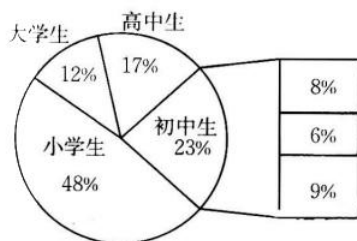
二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知复数  $z$  在复平面内对应的点的坐标为  $(2, -1)$ , 则

- A.  $\bar{z}=2+i$   
B.  $\bar{z}$  的虚部为  $-1$   
C.  $z-i$  为纯虚数  
D.  $z$  是方程  $x^2-4x+5=0$  的一个复数根

10. 对某地区 2023 年的学生人数进行了统计, 并绘制成如图所示的扇形统计图. 在初中生中, 九年级学生人数最多, 八年级学生人数最少, 七年级学生人数约为 1.2 万, 则

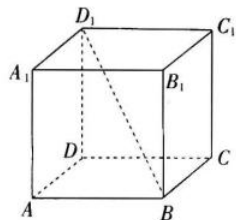
- A. 该地区 2023 年的学生人数约为 15 万  
B. 该地区 2023 年高中生的人数比八年级学生人数的 2 倍还多  
C. 该地区 2023 年小学生的人数比初中生、高中生和大学生的人数之和还多  
D. 该地区 2023 年九年级的学生人数在初中生人数中的占比约为 34.7%



11. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 下列命题是真命题的是

- A. 若  $a \cos B = b \cos A$ , 则  $\triangle ABC$  为等腰三角形  
B. 若  $B = \frac{\pi}{4}$ ,  $c = \sqrt{2}$ ,  $b = \frac{6}{5}$ , 则  $\triangle ABC$  只有一解  
C. 若  $b \cos A + (a - 2c) \cos B = 0$ , 则  $B = \frac{\pi}{3}$   
D. 若  $\triangle ABC$  为锐角三角形, 则  $(a^2 + b^2 - c^2) \sin A > (a^2 + b^2 - c^2) \cos B$

12. 如图, 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 3, 动点  $M$  在侧面  $BB_1C_1C$  内运动 (含边界), 且  $BD_1 \perp MC$ , 则



- A. 点  $M$  的轨迹长度为  $3\sqrt{2}$   
B. 点  $M$  的轨迹长度为  $2\sqrt{3}$   
C.  $AM+BM$  的最小值为  $\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{2}$   
D.  $AM+BM$  的最小值为  $\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{2}$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 光明社区老年合唱队中,60~70 岁的有 30 人,71~75 岁的有 15 人,76 岁及以上的有 10 人.若用分层抽样的方法抽取  $n$  位老人参加某项活动,已知从 71~75 岁的老人中抽取了 3 人,则  $n$  的值为     ▲    .

14. 如图 1,小明同学发现家里的地板是由正六边形木质地板组合而成的,便临摹出了家里地板的部分图形,其平面图如图 2 所示,正六边形  $ABCDEF$  的边长为 2.若  $\overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AF}$ , 则  $x+y =$      ▲    ,  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EC} =$      ▲    . (本题第一空 2 分,第二空 3 分)

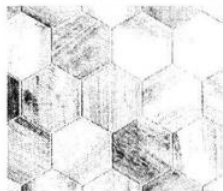


图 1

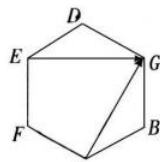
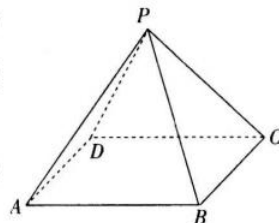


图 2

15. 互不相等的 5 个正整数从小到大排序为  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ , 若它们的和为 25, 且其 60% 分位数是 30% 分位数的 1.5 倍, 则  $a_5$  的值可以为     ▲    . (写出一个满足条件的即可)

16. 如图,在四棱锥  $P-ABCD$  中,平面  $PCD \perp$  平面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  为矩形,且  $PC=PD=BC=2$ . 若  $PB$  与平面  $ABCD$  所成的角为  $\frac{\pi}{6}$ , 则四棱锥  $P-ABCD$  外接球的表面积为     ▲    .



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

$\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $\sin^2 B + \sqrt{3} \sin A \sin C = \sin^2 A + \sin^2 C$ .

(1) 求  $B$  的大小;

(2) 若  $b = 2\sqrt{3}$ ,  $A = \frac{\pi}{4}$ , 求  $a$ .

18. (12 分)

已知复数  $z_1 = 1+i$ ,  $z_2 = \sqrt{3}-i$

(1) 求  $|z_1 z_2|$ ;

(2) 若  $|z| = 3$ , 且复数  $z$  的虚部等于复数  $z_2 - z_1$  的虚部, 复数  $z$  在复平面内对应的点位于第三象限, 求复数  $z$ .



19. (12 分)

已知对任意平面向量  $\overrightarrow{AB} = (x, y)$ , 把  $\overrightarrow{AB}$  绕其起点沿逆时针方向旋转  $\theta$  角得到向量  $\overrightarrow{AP} = (x\cos\theta - y\sin\theta, x\sin\theta + y\cos\theta)$ , 叫做把点  $B$  绕点  $A$  沿逆时针方向旋转  $\theta$  角得到点  $P$ . 已知平面内点  $A(-2, 1)$ ,  $B(-2-\sqrt{2}, 3\sqrt{2}+1)$ ,  $O$  为原点, 把点  $B$  绕点  $A$  沿逆时针方向旋转  $\frac{3\pi}{4}$  后得到点  $P$ .

(1) 求  $P$  的坐标;

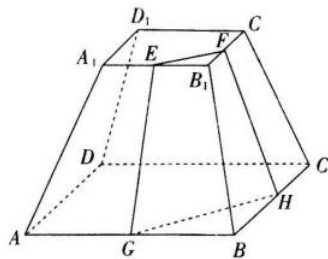
(2) 若向量  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AP} + \frac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{AB}$ , 求向量  $\overrightarrow{OP}$  在  $\overrightarrow{CD}$  上的投影向量的坐标.

20. (12 分)

如图, 在正四棱台  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $A_1B_1 = 1$ ,  $AB = AA_1 = 3$ .

(1) 求正四棱台  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的体积;

(2) 若  $E, F, G, H$  分别为棱  $A_1B_1, B_1C_1, AB, BC$  的中点, 证明:  $GE, FH, BB_1$  相交于一点.



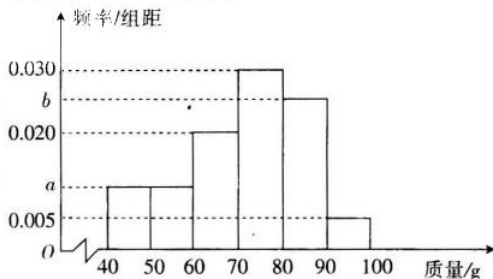
21. (12 分)

某企业生产某批产品按产品质量(单位: g)从高到低依比例划定  $A, B, C, D, E$  五个等级,  $A$  等级优于  $B$  等级,  $B$  等级优于  $C$  等级,  $C$  等级优于  $D$  等级,  $D$  等级优于  $E$  等级. 其中  $A$  等级产品占该批产品的 12%,  $B$  等级产品占该批产品的 32%,  $C$  等级产品占该批产品的 37%,  $D$  等级产品占该批产品的 15%,  $E$  等级产品占该批产品的 4%. 现从该批产品中随机抽取 100 件产品对其质量进行分析, 并绘制出如图所示的频率分布直方图, 其中  $5a = 2b$ .

(1) 求图中  $a, b$  的值;

(2) 根据频率分布直方图, 估计企业生产的该批产品的质量的平均数(同一组的值用该组区间的中点值作为代表);

(3) 用样本估计总体的方法, 估计该批产品中  $C$  等级及以上等级的产品质量至少为多少 g?

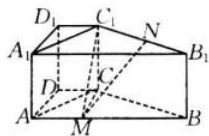


22. (12 分)

如图, 在直四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1 = 2$ , 底面  $ABCD$  是直角梯形,  $AB \perp AD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 4$ ,  $AD = \sqrt{3}$ ,  $DC = 1$ , 点  $M$  为  $AB$  上一点, 且  $AM = 1$ .

(1) 证明: 平面  $MCC_1 \perp$  平面  $DCC_1D_1$ .

(2) 点  $N$  是  $B_1C_1$  上一点, 且  $MN \parallel$  平面  $ACC_1A_1$ , 求四面体  $MNBB_1$  的体积.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线