石家庄市 2018-2019 学年高中毕业班模拟考试（二）

文科数学答案

一、选择题

1-5DBACA　　　6-10 ADBCB　　　11-12 CD

二、填空题

13. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　　14. -1

15. $\dfrac{5}{2}$　　　16. 12π

三、解答题

17 解：(1) ∵$\{a_n\}$是等差数列，∴$S_5=5a_3$，又 $S_5=3a_3$，∴$a_3=0$ ………………… 2 分

由 $a_4+a_6=8=2a_5$ 得 $a_5=4$ ∴$a_5-a_3=2d=4$，∴$d=2$ ………………… 4 分

∴$a_n=a_3+(n-3)d=2(n-3)$. ………………… 6 分

(2) $b_n=2^n\cdot a_n=(n-3)\cdot 2^{n+1}$，

$T_n=(-2)\cdot 2^2+(-1)\cdot 2^3+0\cdot 2^4+\cdots+(n-3)\cdot 2^{n+1}$，

$2T_n=\qquad(-2)\cdot 2^3+(-1)\cdot 2^4+\cdots+(n-4)\cdot 2^{n+1}+(n-3)\cdot 2^{n+2}$ ………………8 分

两式相减得 $2T_n-T_n=2\cdot 2^2-(2^3+2^4+\cdots+2^{n+1})+(n-3)\cdot 2^{n+2}$ ………………10 分

$=8-\dfrac{8(1-2^{n-1})}{1-2}+(n-3)\cdot 2^{n+2}$

$=(n-4)\cdot 2^{n+2}+16$

即 $T_n=(n-4)\cdot 2^{n+2}+16$ ………………12 分

18 解析：（1）证明：连接 PD 交 CE 于 G 点，连接 FG，

∵点 E 为 PA 中点，点 D 为 AC 中点，

∴点 G 为□PAC 的重心，∴ $PG=2GD$，…………2 分

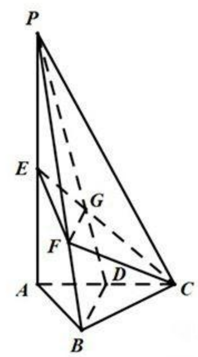
∵ $PF=2FB$ ∴ $FG//BD$，…………4 分

又∵ $FG\subset$平面 CEF，$BD\not\subset$平面 CEF，∴ $BD//$平面 CEF. …………5 分

（2）因为 $AB=AC$，$PB=PC$，$PA=PA$，

所以□PAB 全等于□PAC，∵ $PA\perp AC$，∴ $PA\perp AB$，∴ $PA=2$，…………7 分

$S_{\square ABC}=\dfrac{1}{2}$，$S_{\square PAC}=1$，…………9 分



在□PBC 中，$BC=\sqrt{2}$，$PB=PC=\sqrt{5}$，

则 BC 边上的高为 $\sqrt{(\sqrt{5})^2-(\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，

所以 $S_{\square PBC}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3}{2}$ …………11 分

$S_{表面积}=S_{\square ABC}+2S_{\square PAC}+S_{\square PBC}=\dfrac{1}{2}+2+\dfrac{3}{2}=4$ …………12 分

函数 $f(x)$ 在 $x=\frac{1}{e^2}$ 处的切线方程为 $y+e^2=2e^4(x-\frac{1}{e^2})$，

即 $y=2e^4x-3e^2$. ……………………………………………（4 分）

（2）当 $x>1$ 时，方程 $f(x)=a(x-1)+\frac{1}{x}$，即 $\ln x-a(x^2-x)=0$，

令 $h(x)=\ln x-a(x^2-x)$，有 $h(1)=0$，$h'(x)=\frac{-2ax^2+ax+1}{x}$

令 $r(x)=-2ax^2+ax+1$ ……………………………………………（5 分）

①因为 $a>0$，$r(0)=1, r(1)=1-a\le 0$

即 $a\ge 1$，$r(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递减，$r(1)<0$，所以 $x\in(1,+\infty)$ 时，$r(x)<0$，即 $h(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递减，$h(x)<h(1)=0$，

方程 $f(x)=a(x-1)+\frac{1}{x}$ 无实根. ……………………………………………（7 分）

②$r(1)>0$，$1-a>0$，

$0<a<1$ 时，$r(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递减，$r(1)=1-a>0$，存在 $x_0\in(1,+\infty)$，使得 $x\in(1,x_0)$ 时，$r(x)>0$，

即 $h(x)$ 单调递增；

$x\in(x_0,+\infty)$ 时，$r(x)<0$，即 $h(x)$ 单调递减；…………………………………（9 分）

$h(x_0)_{max}>h(0)=0$

取 $x=1+\frac{1}{a}$，

则 $h(1+\frac{1}{a})=\ln(1+\frac{1}{a})-a(1+\frac{1}{a})^2+a(1+\frac{1}{a})=\ln(1+\frac{1}{a})-(1+\frac{1}{a})$

令 $t=1+\frac{1}{a},(t>1)$

$h(t)=\ln t-t$，$h'(t)=\frac{1}{t}-1$，$\because t>1$，$\therefore h'(t)<0$，即 $h(t)$ 在 $t>1$ 时单调递减，

所以 $h(t)<h(1)=0$. ……………………………………………（11 分）

故存在 $x_1\in\left(x_0,1+\frac{1}{a}\right)$，$h(x_1)=0$.

综上，a 的取值范围为 $0<a<1$. ……………………………………………（12 分）

22 解：(1) 曲线C的极坐标方程可化为: $\rho^2\cos^2\theta=a\rho\sin\theta$，由 $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$ 得曲线C的直角坐标方程为 $x^2=ay(a>0)$, ……2 分

直线l的普通方程为 $x+y-1=0$; ……4 分

(2) 把l的参数方程$\begin{cases} x=2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$代入抛物线方程中，得

$t^2-(4\sqrt{2}+\sqrt{2}a)t+(8+2a)=0$,

$\Delta=2a^2+8a>0$, 设方程的两根分别为t_1,t_2,

则由$t_1+t_2=4\sqrt{2}+\sqrt{2}a>0, t_1t_2=8+2a>0$知$t_1>0, t_2>0$. ……6 分

$|MN|=|t_1-t_2|, |PM|=t_1$，$|PN|=t_2$

$\because |PM|$、$|MN|$、$|PN|$成等比数列

$\therefore (t_1-t_2)^2=t_1t_2$

$\therefore (t_1+t_2)^2=5t_1t_2$ … …8 分

$\therefore (4\sqrt{2}+\sqrt{2}a)^2=5(8+2a)$

解得$a=1$或$a=-4$（舍）$\therefore a=1$ ……10 分

23 解答:

(1) 当$a=1$时，$f(x)=\begin{cases} -3x+3, & x\le\frac{1}{2} \\ x+1, & \frac{1}{2}<x<2 \\ 3x-3, & x\ge 2 \end{cases}$ ……2 分

不等式$f(x)\ge 3$可化为

$\begin{cases} -3x+3\ge 3 \\ x\le\frac{1}{2} \end{cases}$ 或$\begin{cases} x+1\ge 3 \\ \frac{1}{2}<x<2 \end{cases}$ 或$\begin{cases} 3x-3\ge 3 \\ x\ge 2 \end{cases}$ ……4 分

解得，不等式的解集为$(-\infty, 0]\cup[2,+\infty)$. ……5 分

(2) $f(x)\ge|2x-a-(x-2)|=|x-a+2|$ ……7 分

当且仅当$(2x-a)(x-2)\le 0$时，取“=” ……8 分

$\therefore$当$a\le 4$时, x的取值范围为$\frac{a}{2}\le x\le 2$；当$a>4$时, x的取值范围为$2\le x\le\frac{a}{2}$. ……10 分

19【解析】(1) 令$C(x,y)$，则$k_1=\frac{y}{x+2}$，$k_2=\frac{y}{x-2}$

从而$k_1k_2=\frac{y^2}{x^2-4}=-\frac{1}{2}$，…………………………………… (2分)

整理得$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ …………………………………………… (3分)

由点A,B,C不共线，故$y\neq 0$，所以点C的轨迹方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ ($y\neq 0$) (4分)

(2) 令$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$

易知直线MN不与x轴重合，令直线$MN:x=my-\sqrt{2}$ ……………………………… (5分)

联立得$(m^2+2)y^2-2\sqrt{2}my-2=0$

易知$\Delta>0$，$y_1+y_2=\frac{2\sqrt{2}m}{m^2+2}$，$y_1y_2=\frac{-2}{m^2+2}<0$ …………………… (7分)

由$S_{\triangle MAB}=2S_{\triangle NAB}$，故$|y_1|=2|y_2|$，即$y_1=-2y_2$ …………………… (9分)

从而$\frac{(y_1+y_2)^2}{y_1y_2}=\frac{-4m^2}{m^2+2}=\frac{y_1}{y_2}+\frac{y_2}{y_1}+2=-\frac{1}{2}$

解得$m^2=\frac{2}{7}$，即$m=\pm\frac{\sqrt{14}}{7}$ ………………………………… (11分)

所以直线MN的方程为$x-\frac{\sqrt{14}}{7}y+\sqrt{2}=0$或$x+\frac{\sqrt{14}}{7}y+\sqrt{2}=0$ ……. (12分)

20 解：(1) 李某月应纳税所得额（含税）为：19600-5000-1000-2000=11600 元………………1 分
不超过 3000 的部分税额为$3000\times3\%$=90 元………………2 分
超过 3000 元至 12000 元的部分税额为$8600\times10\%$=860 元………………3 分
所以李某月应缴纳的个税金额为 90+860=950 元………………4 分
(2) 有一个孩子需要赡养老人应纳税所得额（含税）为：20000-5000-1000-2000=12000 元，
月应缴纳的个税金额为：90+900=990 元；………………5 分
有一个孩子不需要赡养老人应纳税所得额（含税）为：20000-5000-1000=14000 元
月应缴纳的个税金额为：90+900+400=1390 元；………………6 分
没有孩子需要赡养老人应纳税所得额（含税）为：20000-5000-2000=13000 元，
月应缴纳的个税金额为：90+900+200=1190 元；………………8 分
没有孩子不需要赡养老人应纳税所得额（含税）为：20000-5000=15000 元，
月应缴纳的个税金额为：90+900+600=1590 元；………………10 分

因为$(990\times30+1390\times10+1190\times5+1590\times5)\div50=1150$元，

所以在新个税政策下这 50 名公司白领月平均缴纳个税金额为 1150 元。………………12 分

21 解：(1) 函数$f(x)$的定义域$(0,+\infty)$，

$f'(x)=\frac{-\ln x}{x^2}, f'(\frac{1}{e^2})=2e^4, f(\frac{1}{e^2})=-e^2$ …………………………………… (2分)

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：zizzsw。

微信扫一扫，快速关注