保密★开考前

贵阳市2024届高三年级摸底考试

数学参考答案及评分建议

2023.8

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	B	C	A	D	C	B

二、多选题：本题共4个小题，每小题5分，共20分。 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目。要求全部选对得5分，部分选对得2分，有选错的得0分。

题号	9	10	11	12
答案	BD	AB	AC	ABD

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　14. 0.2　　15. $(4,+\infty)$　　16. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

四、解答题：共6个小题，满分70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.解：（1）已知$4a_n-3S_n=n$①，当$n\geqslant 2$时，$4a_{n-1}-3S_{n-1}=n-1$②，

①-②得：$4a_n-4a_{n-1}-3a_n=1$，即$a_n=4a_{n-1}+1$

$\therefore a_n+\frac{1}{3}=4a_{n-1}+\frac{4}{3}=4(a_{n-1}+\frac{1}{3})$

$\therefore$数列$\left\{a_n+\frac{1}{3}\right\}$是公比为4的等比数列……………………………………………………5分

（2）当 $n=1$ 时，$4a_1-3a_1=a_1=1$

$\therefore a_n+\frac{1}{3}=(a_1+\frac{1}{3})\times 4^{n-1}=\frac{4^n}{3}$

$\therefore a_n=\frac{4^n}{3}-\frac{1}{3}$

$\therefore b_n=\log_2(3a_n+1)=2n$

$\therefore \frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{2n(2n+2)}=\frac{1}{4n(n+1)}=\frac{1}{4}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$

$\therefore T_n=\frac{1}{b_1b_2}+\frac{1}{b_2b_3}+\cdots+\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{n+1})=\frac{n}{4(n+1)}$

……………………………………………………………………………………10 分

18.解：（1）若选①

$\because 2a\cos B+b-2c=0$

$\therefore 2a\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}+b-2c=0$

$\therefore a^2+c^2-b^2+bc-2c^2=0$，即 $c^2+b^2-a^2=bc$

$\therefore \cos A=\frac{c^2+b^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$

$\therefore A=\frac{\pi}{3}$.

若选②

原式等价于 $\frac{\cos C}{\cos B}+\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}}{\sin 2B}$

$\therefore \frac{\sin B\cos C+\cos B\sin C}{\sin B\cos B}=\frac{\sqrt{3}}{\sin 2B}$

$\therefore \sin B\cos C+\cos B\sin C=\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$

又 $\because$ 角 A 是锐角

$\therefore A=\frac{\pi}{3}$.

若选③

原式等价于$\sqrt{3}\tan B\tan C-\tan B=\tan C+\sqrt{3}$，

即$-\tan B-\tan C=\sqrt{3}(1-\tan B\tan C)$

$\therefore -\dfrac{\tan B+\tan C}{1-\tan B\tan C}=\sqrt{3}$

$\therefore -\tan(B+C)=\sqrt{3}$，即$\tan A=\sqrt{3}$

$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$ ……………………………………………………………6 分

（2）$\because S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{3}$

$\therefore bc=4$

$\overrightarrow{AD}^2=(\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}))^2$

$=\dfrac{1}{4}(\overrightarrow{AB}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}^2)$

$=\dfrac{1}{4}(c^2+2bc\times\dfrac{1}{2}+b^2)$

$=\dfrac{1}{4}(b^2+c^2+bc)$

$\geqslant\dfrac{1}{4}(2bc+bc)=\dfrac{3}{4}bc=3$

当且仅当$b=c=2$时等号成立.

$\therefore AD$的最小值为$\sqrt{3}$ ……………………………………………………12 分

自主选拔在线 微信号：zizzsw

19.解：(1)

事件概率	$P(A_1)$	$P(A_2)$	$P(A_3)$	$P(B\|A_1)$	$P(B\|A_2)$	$P(B\|A_3)$	$P(B)$
概率值	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{3}{10}$	$\dfrac{2}{5}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{11}{40}$

……………………………………………………………………………………6 分

由全概率公式，得

$P(B)=P(A_1)P(B\mid A_1)+P(A_2)P(B\mid A_2)+P(A_3)P(B\mid A_3)=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{3}{10}\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{11}{40}$.

（可以不写上式）

（2）该学生来自于高一年级的概率 $P(A_1|B)=\dfrac{P(A_1B)}{P(B)}=\dfrac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}=\dfrac{\frac{3}{10}\times\frac{1}{3}}{\frac{11}{40}}=\dfrac{4}{11}$.

……………………………………………………………………………………………12 分

20. （1）$\because$ 四边形 ABB_1A_1 是矩形，

$\therefore AB//A_1B_1$，

$\because A_1B_1\subset$ 平面 $A_1B_1C_1, AB\not\subset$ 平面 $A_1B_1C_1$，

$\therefore AB//$ 平面 $A_1B_1C_1$，

$AB\subset$ 平面 ABC，

而平面 $ABC\bigcap$ 平面 $A_1B_1C_1=l$，

$\therefore l//AB$；…………………………………………………………………6 分

（2）连接 MC，$\because$ 平面 $ABB_1A_1\perp$ 平面 ABC， $MC\perp AB$

$\therefore MC\perp$ 平面 ABB_1A_1

而 $CC_1\perp$ 平面 ABC， $CC_1\not\subset$ 平面 ABB_1A_1

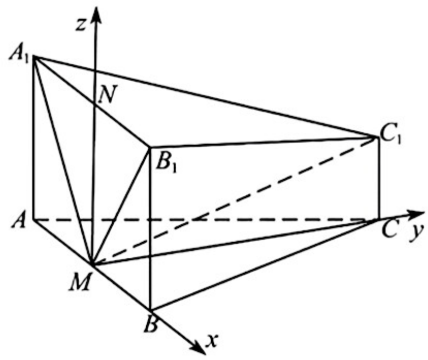
$\therefore CC_1//$ 平面 ABB_1A_1

$\therefore V_{M-A_1B_1C_1}=V_{C_1-MA_1B_1}=\dfrac{1}{2}\times A_1B_1\times AA_1\times MC\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{2}\times 2AA_1\times\sqrt{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore AA_1=2, CC_1=1$.

设 A_1B_1 中点为 N，

由（1）知， AB, MC, MN 两两垂直，以点 M 为坐标原点，MB, MC, MN 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系，则



自主选拔在线 微信号：zizzsw

$B_1(1,0,2)$，$C_1(0,\sqrt{3},1)$

$\therefore MB_1=(1,0,2),MC_1=(0,\sqrt{3},1)$

设平面 MB_1C_1 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overline{MB}=0\\ \boldsymbol{m}\cdot\overline{MC}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x+2z=0\\ \sqrt{3}y+z=0\end{cases}$，取 $y=-1$，则

$x=-2\sqrt{3},z=\sqrt{3}$，则 $\boldsymbol{m}=(-2\sqrt{3},-1,\sqrt{3})$.

取平面 ABB_1A_1 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(0,1,0)$.

$\because \cos\theta=\dfrac{|\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{|(-2\sqrt{3},-1,\sqrt{3})\cdot(0,1,0)|}{4\times 1}=\dfrac{1}{4}$

$\therefore$ 平面 MB_1C_1 与平面 ABB_1A_1 夹角的余弦值是 $\dfrac{1}{4}$……………………………12 分

21.解：（1）设动点 $P(x,y)$，由题意可知

$k_{PA}\cdot k_{PB}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{y}{x+2}\cdot\dfrac{y}{x-2}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1(x\neq\pm 2)$……………………6 分

（2）已知直线 $l\perp x$ 轴，$k_{MA}\cdot k_{MB}=-\dfrac{1}{2}$，设 $Q(4,t)$

$\therefore k_{MA}=\dfrac{t-0}{4-(-2)}=\dfrac{t}{6},k_{NB}=\dfrac{t-0}{4-2}=\dfrac{t}{2}$

$\therefore k_{MA}=\dfrac{1}{3}k_{NB}$

$\therefore k_{MB}\cdot k_{NB}=-\dfrac{3}{2}$

设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$

则 $\dfrac{y_1}{x_1-2}\cdot\dfrac{y_2}{x_2-2}=-\dfrac{3}{2}(x_1\neq 2且x_2\neq 2)$

设直线 $l_{MN}:y=kx+m$

$\begin{cases}y=kx+m\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}$，得 $(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-4=0$

$\therefore x_1+x_2=\dfrac{-4km}{2k^2+1},x_1x_2=\dfrac{2m^2-4}{2k^2+1}$

又 $\dfrac{y_1y_2}{(x_1-2)(x_2-2)}=-\dfrac{3}{2}$ 即 $(2k^2+3)x_1x_2+(2km-6)(x_1+x_2)+2m^2+12=0$

$\therefore 2k^2+3km+m^2=0$

$\therefore k=-m$ 或 $k=-\dfrac{m}{2}$

当 $k=-m$ 时，$l_{MN}:y=-m(x-1)$，直线横过点 $(1,0)$

当 $k=-\dfrac{m}{2}$ 时，$l_{MN}:y=-\dfrac{m}{2}(x-2)$，由于 $x\neq 2$ 舍去

综上所述，直线 l 恒过点 $(1,0)$. ....12 分

22.解：（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=x^3-x+1$，则 $f'(x)=3x^2-1$，

曲线 $f(x)$ 在 $x_0=-1$ 处的切线为 $y-1=2(x+1)\Rightarrow x_1=-1.5$，且 $|x_1-x_0|\geqslant 0.5$

曲线 $f(x)$ 在 $x_1=-1.5$ 处的切线为 $y+\dfrac{7}{8}=\dfrac{23}{4}(x+\dfrac{3}{2})\Rightarrow x_2=-\dfrac{31}{23}$，且 $|x_2-x_1|<0.5$

故，用牛顿迭代法求方程 $f(x)=0$ 满足精度 $\varepsilon=0.5$ 的近似解为 -1.35.

....6 分

（2）由 $x>0$，得 $f(x)-x^3+x^2\ln x\geqslant 0\Leftrightarrow \ln x+\dfrac{(a-2)}{x}+\dfrac{a}{x^2}\geqslant 0$，

设 $g(x)=\ln x+\dfrac{(a-2)}{x}+\dfrac{a}{x^2}$，则

$$g'(x)=\frac{1}{x}-\frac{(a-2)}{x^2}-\frac{2a}{x^3}=\frac{x^2+(2-a)x-2a}{x^3}=\frac{(x+2)(x-a)}{x^3}$$

∴当 $a\leqslant 0$ 时，$g'(x)>0,g(x)$ 单调递增，由于，$x\to 0$ 时，$g(x)\to-\infty$，不合题意；

当 $a>0$ 时，则有 $x\in(0,a),g'(x)<0,g(x)$ 单调递减，$x\in(a,+\infty),g'(x)>0,g(x)$ 单调递增，

即 $g(x)\geqslant g(a)=\ln a+\dfrac{(a-2)}{a}+\dfrac{a}{a^2}=\ln a+\dfrac{a-1}{a}$，即 $f(x)\geqslant 0\Leftrightarrow \ln a+1-\dfrac{1}{a}\geqslant 0$

易知 $g(a)$ 单调递增，且 $g(1)=0$，故 $f(x)\geqslant 0\Leftrightarrow g(a)\geqslant g(1)\Leftrightarrow a\geqslant 1$.

....12 分