

喀什地区 2023 年普通高考 4 月适应性检测 理科数学

(卷面分值: 150 分; 考试时长: 120 分钟)

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
- 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并收回。

I 卷

一. 选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-2, -3, -1, 0, 1\}$, $B = \{x | x(x-1) \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{-1, 1\}$ B. $\{0, -1\}$ C. $\{1\}$ D. $\{0, 1\}$

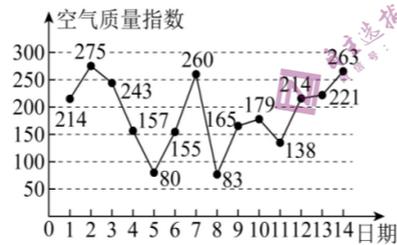
2. 已知复数 $z = \frac{3-i}{2+i}$ (i 是虚数单位), 则复数 z 在复平面中所对应的点的坐标为 ()

- A. $(-1, -1)$ B. $(1, -1)$ C. $(-1, 1)$ D. $(1, 1)$

3. 空气质量指数是评估空气质量状况的一组数字, 空气质量指数划分为 $[0, 50)$ 、 $[50, 100)$ 、 $[100, 150)$ 、 $[150, 200)$ 、 $[200, 300)$ 和 $[300, 500]$ 六档, 分别对应“优”、“良”、“轻度污染”、“中度污染”、“重度污染”和“严重污染”六个等级。如图是某市 2 月 1 日至 14 日连续 14 天的空气质量指数趋势图, 则

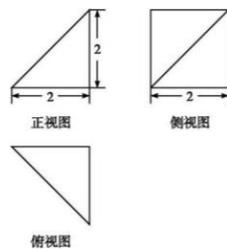
下面说法中正确的是 ()

- A. 这 14 天中空气质量指数的中位数是 179
 B. 从 1 日到 5 日空气质量越来越好
 C. 这 14 天中有 7 天空气质量为“重度污染”
 D. 连续三天中空气质量指数方差最小是 8 日到 10 日

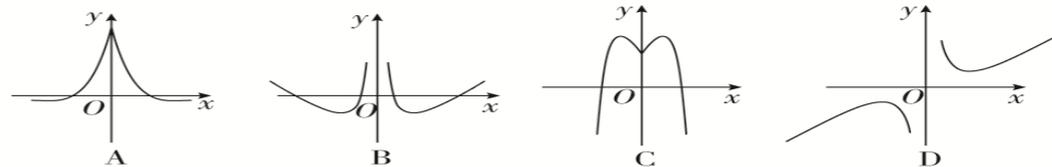


4. 已知某四棱锥的三视图如图所示, 则该四棱锥的体积为 ()

- A. 2
 B. $\frac{8}{3}$
 C. $\frac{10}{3}$
 D. 4

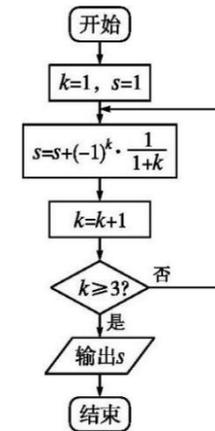


5. 函数 $f(x) = \frac{2(4-x^2)}{3e^{|x|}}$ 的图象大致是 ()



6. 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为 ()

- A. $\frac{7}{12}$
 B. $\frac{7}{6}$
 C. $\frac{5}{6}$
 D. $\frac{1}{2}$



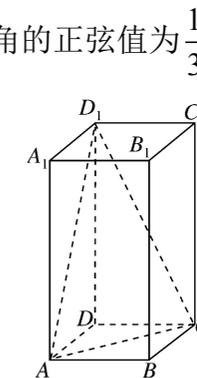
7. 被誉为“中国现代数学之父”的著名数学家华罗庚先生倡导的“0.618 优选法”在生产和科研实践中得到了非常广泛的应用, 0.618 就是黄金分割比 $m = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的近似值, 黄金分割比还可以表示为

$2\sin 18^\circ$, 则 $\frac{m\sqrt{4-m^2}}{2\cos^2 27^\circ - 1} =$ ()

- A. 2 B. $\sqrt{5}-1$ C. $\sqrt{5}+1$ D. 4

8. 如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面边长为 2, 直线 CC_1 与平面 ACD_1 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$, 则正四棱柱的高为 ()

- A. 1
 B. 2
 C. 3
 D. 4



9. 《九章算术》中有如下问题: “今有勾五步, 股一十二步, 问勾中容圆, 径几何?” 其大意: “已知直角三角形两直角边分别为 5 步和 12 步, 问其内切圆的直径为多少步?” 现若向此三角形内随机投一粒豆子, 则豆子落在其内切圆外的概率是 ()

- A. $\frac{2\pi}{15}$ B. $\frac{3\pi}{20}$ C. $1 - \frac{2\pi}{15}$ D. $1 - \frac{3\pi}{15}$

10. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 s_n , 且 $s_n = \lambda \cdot 3^n - 1$, 则 $a_5 =$ ()

- A. 54 B. 93 C. 153 D. 162

11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = kx (k \neq 0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 交于 A, B 两点, F 是该双曲线的焦点, 且满足 $|AB| = 2|OF|$, 若 $\triangle ABF$ 的面积为 $24a^2$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 5

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 满足 $f(x+1)$ 为奇函数且 $f(6-x) = f(x)$,

当 $x \in [1, 3]$ 时, $f(x) = a \cdot 2^x + bx^2$, 若 $f(5) + f(12) = -4$, 则 $f(2023) = ()$

- A. $\frac{3}{2}$ B. 10 C. $-\frac{3}{2}$ D. -10

II 卷

二. 填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 设 \vec{a}, \vec{b} 为单位向量, 且 $|\vec{a}-\vec{b}|=1$, 则 $|\vec{a}+2\vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. $(x+y)(x-y)^6$ 的展开式中 x^3y^4 的系数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用数字作答).

15. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的左、右焦点为 F_1, F_2 , 点 F_1 关于直线 $y = -x$ 的对称点 P 仍在椭圆上, 则

$\triangle PF_1F_2$ 的周长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在三角形 ABC 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\angle BAC = 120^\circ$ 且 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于 D , 若 $AD = 1$, 则 $b + 4c$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且满足 $a_{10} = 8 + a_6$, $a_5 - 1$ 是 $a_4 - 1$ 与 $a_7 - 1$ 的等比中项.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 已知数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

如图, 已知三角形 $P'AB$ 是等腰三角形, $P'A = AB = 2, P'A \perp AB$, C, D

分别为 $P'B, P'A$ 的中点, 将 $\triangle P'CD$ 沿 CD 折到 $\triangle PCD$ 的位置如图 2,

且 $PA = \sqrt{2}$, 取线段 PB 的中点为 E .

(1) 求证: $CE \parallel$ 平面 PAD ;

(2) 求二面角 $A-EC-B$ 的正弦值.

19. (本小题满分 12 分)

某校对是否愿意参与 2023 春季校园文化艺术节与体育活动进行调查, 随机抽查男生, 女生各 35 人, 参与调查的结果如下表:

	愿意参与	不愿参与
男生	15 人	20 人
女生	25 人	10 人

(1) 从已知数据判断能否有 95% 的把握认为是否愿意参与校园文化艺术节和体育活动与性别有关;

(2) 用分层抽样方法, 在愿意参与的学生中抽取 8 人, 再从这 8 人中随机抽取 3 人, 记抽到的男生人数为 X , 求随机变量 X 的分布列和数学期望.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , 且 F 与圆 $M: x^2 + (y+3)^2 = 1$ 上点的距离的最小值为 3.

(1) 求 p ;

(2) 若点 P 在圆 M 上, PA, PB 是抛物线 C 的两条切线, A, B 是切点, 求三角形 PAB 面积的最值.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = -\frac{1}{2}ax^2 + ax + (x-2)e^x (a > 0)$

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 存在 3 个零点, 求实数 a 的取值范围.

在 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做题的第一题记分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程.

已知曲线 C_1 的方程为 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$, 曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = -\frac{1}{2}t, \\ y = -8 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数}).$

(1) 求 C_1 的参数方程和 C_2 的普通方程;

(2) 设点 P 在 C_1 上, 点 Q 在 C_2 上, 求 $|PQ|$ 的最小值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲.

已知 a, b, c 为正数, 函数 $f(x) = |x+2| + |x-7|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 10$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 m , 且 $a+b+c = m$, 求证: $a^2 + b^2 + c^2 \geq 27$.

