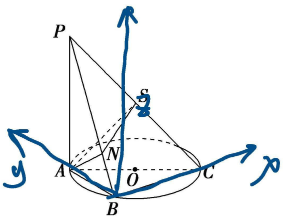
太原五中高三数学月考答案

（A 卷）

1-8：BCCCB CBD　　9.BC　10. AD　　11.ABD　　12.BC

（B 卷）

1-8：ABCAC DAC　　9.BC　10. AC　　11.ACD　　12.BC



13.$\frac{1}{e}$　　14. $[1,11]$　　15. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　16.-800

17. （1）$\because PA\perp 平面ABC \therefore PA\perp BC$

又$\because BC\perp AB$　$\therefore BC\perp 平面PAB$　　$\therefore BC\perp AN$

$\because AN\perp PB$　　$\therefore AN\perp 平面PBC$　　$\therefore AN\perp PC$

又$\because PC\perp SA$　$\therefore PC\perp 平面ASN$　　$\therefore PC\perp SN$

$\therefore \angle ASN$是二面角$A-PC-B$的平面角

（2）以点 B 为原点，以$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{BA}$，$\overrightarrow{AP}$方向分别为 x、y、z 轴正方向建立如图所示空间直角坐标系设 AB=1，则 A(0,1,0)

C$(\sqrt{3},0,0)$　P(0,1,2)

易得平面 APC 的法向量为$\vec{n}=(1,\sqrt{3},0)$，平面 PBC 的的法向量$\vec{m}=(0,2,-1)$

$cos<\vec{n},\vec{m}>=\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$$\therefore$二面角$A-PC-B$的正弦值为$\frac{\sqrt{10}}{5}$

18.（Ⅰ）证明：依题意，由$a_{n+1}-a_n^2=2a_n$，可得$a_{n+1}=a_n^2+2a_n$，

两边同时加 1，可得$a_{n+1}+1=a_n^2+2a_n+1=(a_n+1)^2$，

两边同时取以 2 为底的对数，可得$\log_2(a_{n+1}+1)=\log_2(a_n+1)^2=2log_2(a_n+1)$，

$\because \log_2(a_1+1)=\log_2(3+1)=\log_2 4=2$，

$\therefore$数列$\{\log_2(a_n+1)\}$是以 2 为首项，2 为公比的等比数列，

$\therefore \log_2(a_n+1)=2\cdot 2^{n-1}=2^n$，$\therefore 2^{2^n}=a_n+1$，$\because 2^{b_n}=a_n+1$，$\therefore 2^{2^n}=2^{b_n}$

$\therefore b_n=2^n=2\cdot 2^{n-1}$，$n\in N*$，$\therefore$数列$\{b_n\}$是以 2 为首项，2 为公比的等比数列.

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）可得，$c_n=\frac{n}{b_n}+1=\frac{n}{2^n}+1$，

则$T_n=c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n$ $=(\frac{1}{2^1}+1)+(\frac{2}{2^2}+1)+(\frac{3}{2^3}+1)+\cdots+(\frac{n}{2^n}+1)$

$=(\frac{1}{2^1}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{n}{2^n})+n$，令$M_n=\frac{1}{2^1}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{n}{2^n}$,

则$\frac{1}{2}M_n=\frac{1}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\cdots+\frac{n-1}{2^n}+\frac{n}{2^{n+1}}$,

两式相减，

可得$\frac{1}{2}M_n=\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}-\frac{n}{2^{n+1}}=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n+1}}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{n}{2^{n+1}}=1-\frac{n+2}{2^{n+1}}$,

$\therefore M_n=2-\frac{n+2}{2^n}$，$\therefore T_n=(\frac{1}{2^1}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{n}{2^n})+n$

19.【答案】$\frac{\pi}{6}$，$2+\sqrt{3}$

18.【解析】(1)在$\triangle ACD$中,由正弦定理,得$\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{\sin\angle CAD}{\sin\angle ADC}$① ……(1分)

在$\triangle ABD$中,由正弦定理,得$\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{\sin\angle BAD}{\sin\angle ADB}$② ……(2分)

因为$\angle ADC+\angle ADB=\pi$,所以$\sin\angle ADC=\sin\angle ADB$,

由$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{\sqrt{2}BD}{CD}$及$\sin\angle CAD=\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,得$\sin\angle BAD=\dfrac{1}{2}$. ……(3分)

因为$\angle BAD\in(0,\pi)$,所以$\angle BAD=\dfrac{\pi}{6}$或$\angle BAD=\dfrac{5\pi}{6}$. ……(4分)

当$\angle BAD=\dfrac{5\pi}{6}$时,不满足$\angle BAD+\angle CAD=\angle BAC<\pi$,舍; ……(5分)

当$\angle BAD=\dfrac{\pi}{6}$时,满足题意.综上,$\angle BAD=\dfrac{\pi}{6}$. ……(6分)

(2)在$\triangle ABD$中,$AB=AD$,$\angle BAD=\dfrac{\pi}{6}$,故$\angle ADB=\angle ABD=\dfrac{5\pi}{12}$. ……(7分)

进而$\angle ABC=\angle BAC=\dfrac{5\pi}{12}$,$CA=CB$,$\triangle ABC$是等腰三角形. ……(8分)

过C作$CE\perp AB$于E,

则$CE=AE\cdot\tan\dfrac{5\pi}{12}=\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\tan\dfrac{\pi}{4}+\tan\dfrac{\pi}{6}}{1-\tan\dfrac{\pi}{4}\tan\dfrac{\pi}{6}}=\dfrac{1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}}=2+\sqrt{3}$. ……(10分)

所以$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot CE=\dfrac{1}{2}\times2\times(2+\sqrt{3})=2+\sqrt{3}$,故$\triangle ABC$的面积为$2+\sqrt{3}$. ……(12分)

20.

解析:(1)设盒中含0,1个烂果分别为事件$A,\overline{A}$,则$P(A)=0.8$,$P(\overline{A})=0.2$,

设甲购买一盒猕猴桃为事件M,则$P(M|A)=1$,$P(M|\overline{A})=\dfrac{C_{19}^4}{C_{20}^4}=\dfrac{4}{5}$,

则$P(M)=P(A)P(M|A)+P(\overline{A})P(M|\overline{A})=\dfrac{4}{5}\times1+\dfrac{1}{5}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{24}{25}$,

所以甲购买一盒猕猴桃的概率为$\dfrac{24}{25}$.

(2)解析1:设第n周网购一盒猕猴桃为事件B_n,记$P(B_n)=b_n$,由题意知$b_1=1$,$b_2=0.8$,

则$P(B_n)=P(B_{n-1}A\cup\overline{B_{n-1}})$,即$b_n=\dfrac{4}{5}b_{n-1}+(1-b_{n-1})=-\dfrac{1}{5}b_{n-1}+1(n\geq2)$,

所以$b_n-\dfrac{5}{6}=-\dfrac{1}{5}(b_{n-1}-\dfrac{5}{6})$,即数列$\left\{b_n-\dfrac{5}{6}\right\}$是公比$q=-\dfrac{1}{5}$的等比数列,

所以$b_n-\dfrac{5}{6}=\dfrac{1}{6}\times(-\dfrac{1}{5})^{n-1}$,即$b_n=\dfrac{1}{6}\times(-\dfrac{1}{5})^{n-1}+\dfrac{5}{6}$,所以$b_5=\dfrac{521}{625}$,

故乙第5周网购一盒猕猴桃的概率为$\dfrac{521}{625}$.

解析2:设第n周网购一盒猕猴桃为事件B_n,则$P(B_1)=1$,$P(B_2)=\dfrac{4}{5}$,

$P(B_3)=P(B_2A\cup B_1\overline{A})=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{4}{5}+1\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{21}{25}$,

$P(B_4)==P(B_3A\cup B_2\overline{A})=\dfrac{21}{25}\times\dfrac{4}{5}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{104}{125}$,

$P(B_5)==P(B_4A\cup B_3\overline{A})=\dfrac{104}{125}\times\dfrac{4}{5}+\dfrac{21}{25}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{521}{625}$,

故乙第5周网购一盒猕猴桃的概率为$\dfrac{521}{625}$.

21.
【答案】解:(Ⅰ)由函数$f(x)=sin(\omega x+\varphi)$的周期为$\pi,\omega>0$,得$\omega=2$

又曲线$y=f(x)$的一个对称中心为$(\frac{\pi}{4},0),\varphi\in(0,\pi)$

故$f(\frac{\pi}{4})=sin(2\times\frac{\pi}{4}+\varphi)=0$,得$\varphi=\frac{\pi}{2}$,所以$f(x)=cos\,2x$

将函数$f(x)$图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变)后可得$y=cos\,x$的图象,再将$y=cos\,x$的图象向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度后得到函数$g(x)=sin\,x$

(2)依题意,$F(x)=a\,sin\,x+cos\,2x$,令$F(x)=a\,sin\,x+cos\,2x=0$
当$sin\,x=0$,即$x=k\pi(k\in Z)$时,$cos\,2x=1$,从而$x=k\pi(k\in Z)$不是方程$F(x)=0$的解,所以方程$F(x)=0$等价于关于x的方程$a=-\frac{cos\,2x}{sin\,x},x\neq k\pi(k\in Z)$

现研究$x\in(0,\pi)\cup(\pi,2\pi)$时方程解的情况

令$h(x)=-\frac{cos\,2x}{sin\,x},x\in(0,\pi)\cup(\pi,2\pi)$

则问题转化为研究直线$y=a$与曲线$y=h(x)$在$x\in(0,\pi)\cup(\pi,2\pi)$的交点情况

$h'(x)=\frac{cos\,x(2sin^2x+1)}{sin^2x}$,令$h'(x)=0$,得$x=\frac{\pi}{2}$或$x=\frac{3\pi}{2}$

当x变化时,$h(x)$和$h'(x)$变化情况如下表

x	$(0,\frac{\pi}{2})$	$\frac{\pi}{2}$	$(\frac{\pi}{2},\pi)$	$(\pi,\frac{3\pi}{2})$	$\frac{3\pi}{2}$	$(\frac{3\pi}{2},2\pi)$
$h'(x)$	+	0	−	−	0	+
$h(x)$	↗	1	↘	↘	−1	↗

当$x>0$且x趋近于 0 时,$h(x)$趋向于$-\infty$
当$x<\pi$且x趋近于π时,$h(x)$趋向于$-\infty$
当$x>\pi$且x趋近于π时,$h(x)$趋向于$+\infty$
当$x<2\pi$且x趋近于2π时,$h(x)$趋向于$+\infty$
故当$a>1$时,直线$y=a$与曲线$y=h(x)$在$(0,\pi)$内有无交点,在$(\pi,2\pi)$内有 2 个交点;
当$a<-1$时,直线$y=a$与曲线$y=h(x)$在$(0,\pi)$内有 2 个交点,在$(\pi,2\pi)$内无交点;
当$-1<a<1$时,直线$y=a$与曲线$y=h(x)$在$(0,\pi)$内有 2 个交点,在$(\pi,2\pi)$内有 2 个交点
由函数$h(x)$的周期性,可知当$a\neq\pm1$时,直线$y=a$与曲线$y=h(x)$在$(0,n\pi)$内总有偶数个交点,从而不存在正整数n,使得直线$y=a$与曲线$y=h(x)$在$(0,n\pi)$内恰有 2023 个交点;当$a=\pm1$时,直线$y=a$与曲线$y=h(x)$在$(0,\pi)\cup(\pi,2\pi)$内有 3 个交点,由周期性,$2023=3\times674+1$,所以$n=674\times2+1=1349$
综上,当$a=1,n=1349$时,函数$F(x)=f(x)+ag(x)$在$(0,n\pi)$内恰有 2023 个零点

22.

【解题思路】(1)由题意，笔尖到点 F 的距离与它到直线 a 的距离相等，可知笔尖留下的轨迹为以 F 为焦点，a 为准线的抛物线，设其方程为 $y^2=2px(p>0)$，则 $F\left(\frac{p}{2},0\right)$，由 $\angle FAP=30^\circ$，$\angle AFP=90^\circ$，知 $|PA|=2|PF|$，又由 $|PF|+|PA|=3$，可得 $|PF|=1$，求出 $\angle FPA=60^\circ$，P 点坐标为 $\left(\frac{p}{2}-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，代入抛物线方程得，$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=2p\left(\frac{p}{2}-\frac{1}{2}\right)$，

解得 $p=\frac{3}{2}$，$p=-\frac{1}{2}$(舍去)，所以 C 的方程为 $y^2=3x$.

(2)假设存在 λ，使得 $\overrightarrow{DA}=\lambda\overrightarrow{DB}$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，直线 l 的方程为 $y=kx-3$，把直线 l 的方程代入 $y^2=3x$ 中，可得 $k^2x^2-(6k+3)x+9=0$，由题意知，$k\in(0,2)$，则

$\Delta=(6k+3)^2-36k^2=36k+9>0$，

由韦达定理知 $x_1+x_2=\frac{6k+3}{k^2}$，$x_1x_2=\frac{9}{k^2}$，

所以 $\frac{(x_1+x_2)^2}{x_1x_2}=\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}+2=\frac{\left(\frac{6k+3}{k^2}\right)^2}{\frac{9}{k^2}}=\frac{1}{k^2}+\frac{4}{k}+4$，

因为 $\overrightarrow{DA}=\lambda\overrightarrow{DB}$，所以 $x_1=\lambda x_2$，$\lambda=\frac{x_1}{x_2}$，$\lambda+\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{k^2}+\frac{4}{k}+2$，

令 $t=\frac{1}{k}\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$，

令 $u=\frac{1}{k^2}+\frac{4}{k}+2=t^2+4t+2=(t+2)^2-2$，

可求得 $u\in\left(\frac{17}{4},+\infty\right)$，

所以 $\lambda+\frac{1}{\lambda}>\frac{17}{4}$，由题意 $\lambda>0$，$\lambda^2-\frac{17}{4}\lambda+1>0$，解得 $\lambda\in\left(0,\frac{1}{4}\right)\cup(4,+\infty)$.

故存在 $\lambda\in\left(0,\frac{1}{4}\right)\cup(4,+\infty)$，使得 $\overrightarrow{DA}=\lambda\overrightarrow{DB}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。