

内部资料·注意保存

试卷类型：B

江门市 2023 年普通高中高二调研测试（二）

数 学

本试卷共 6 页，22 小题，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上。
2. 做选择题时，必须用 2B 铅笔将答题卷上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时，必须用黑色字迹钢笔或签字笔，将答案写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上作答无效。
5. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 某运动员射击一次所得环数 ξ 的分布列如表所示，则

$$P(\xi \geq 9) =$$

- A. 0.69 B. 0.67 C. 0.66 D. 0.64

ξ	8	9	10
P	0.36	a	0.33

2. 若 $A_n^2 = 42 (n \in \mathbb{N}^*)$ ，则 $C_n^2 =$

- A. 30 B. 20 C. 35 D. 21

3. 在回归分析中，下列判断正确的是

- A. 回归直线不一定经过样本点的中心 B. 样本相关系数 $r \in [0, 1]$
C. 相关系数 $|r|$ 越接近 1，拟合效果越好 D. 相关系数 r 越小，相关性越弱

4. 已知 $f(x) = x^m (m \in \mathbb{Q}, \text{ 且 } m \neq 0)$ ，若 $f'(-1) = -2$ ，则 $m =$

- A. 2 B. -2 C. 3 D. -3

5. 若直线 $x - y + 3 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x + 2 - a = 0$ 相切，则 $a =$

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

6. 以罗尔中值定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理为主体的“中值定理”反映函数与导数之间的重要联系，是微积分学重要的理论基础，其中拉格朗日中值定理是“中值定理”的核心，其内容如下：如果函数 $y = f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续，在开区间 (a, b) 内可导，则 (a, b) 内至少存在一个点 $x_0 \in (a, b)$ ，使得 $f(b) - f(a) = f'(x_0)(b - a)$ ，其中

$x = x_0$ 称为函数 $y = f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上的“中值点”. 请问函数 $f(x) = 5x^3 - 3x$ 在

区间 $[-1, 1]$ 上的“中值点”的个数为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 将 5 名教育志愿者分配到甲、乙、丙和丁 4 个学校进行支教, 每名志愿者只分配到 1 个学校, 每个学校至少分配 1 名志愿者, 则不同的分配方案共有

- A. 60 种 B. 120 种 C. 240 种 D. 480 种

8. 设 T_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积, 若 $a_n + 2a_{n+1} = 0, n \in \mathbb{N}^*$ 且 $a_2 - a_3 = 192$, 当 T_n 取得最小值时, 则 $n =$

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分。

9. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(2, 4)$, 则

A. $P(X \leq 3) > \frac{1}{2}$

B. $P\left(1 \leq X \leq \frac{3}{2}\right) = P\left(\frac{5}{2} \leq X \leq 3\right)$

C. $P\left(0 \leq X \leq \frac{3}{2}\right) = P\left(1 \leq X \leq \frac{5}{2}\right)$

D. X 的方差为 2

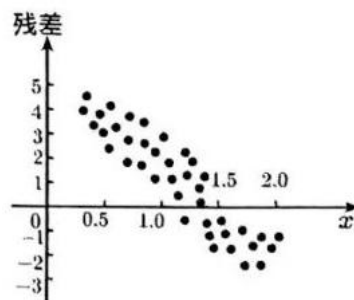
10. 根据变量 Y 和 x 的成对样本数据, 由一元线性回归模型 $\begin{cases} Y = bx + a + e, \\ E(e) = 0, D(e) = \sigma^2 \end{cases}$ 得到线性回归模型 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 对应的残差如图所示, 则残差模型

A. 满足回归模型 $E(e) = 0$ 的假设

B. 不满足回归模型 $E(e) = 0$ 的假设

C. 满足回归模型 $D(e) = \sigma^2$ 的假设

D. 不满足回归模型 $D(e) = \sigma^2$ 的假设



11. 已知函数 $f(x) = e^x + e^{-x}$, 则

A. $f(x)$ 的图像是轴对称图形

B. $f(x)$ 的单调递减区间是 $(0, +\infty)$

C. $f(x)$ 的极值小值为 2

D. $f(x)$ 的极大值为 2

12. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过焦点 F 的直线 l 交抛物线于 A, B 两点 (其中点 A 在 x 轴上方), 则

A. $\frac{1}{|AF|} + \frac{1}{|BF|} = 1$

B. 弦 AB 的长度最小值为 1

C. 以 AF 为直径的圆与 y 轴相切

D. 以 AB 为直径的圆与抛物线的准线相切

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 的最大值为 _____.

14. 在 $(x + \frac{1}{x})^5$ 的展开式中, x^3 的系数为 _____. (用数字作答)

15. 已知甲箱内有 4 个白球 2 个黑球, 乙箱内有 3 个白球 2 个黑球, 先从甲箱中任取一球放入乙箱, 然后从乙箱中任取一球, 则事件“从乙箱中取得黑球”的概率为 _____.

16. 一批产品的二等品率为 0.02, 从这批产品中每次随机取一件, 有放回地抽取 100 次. X 表示抽到的二等品件数, 则 $D(X) =$ _____; 若将抽出的产品送往专门的检测部门检测, 且检测费用 Y 元与二等品件数 X 满足: $Y = 10X + 300$, 则 $D(Y) =$ _____.

四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 6, a_4 = 20$, 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $b_n = \frac{a_n}{n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

(1) 求 b_2, b_4 和数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

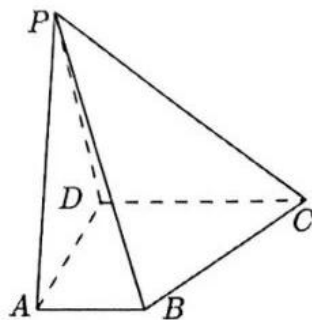
(2) 求数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $ABCD \perp$ 平面 PCD , 四边形 $ABCD$ 为直角梯形, $AB \parallel CD, AD \perp DC$.

(1) 求证: $AD \perp PC$;

(2) 若 $AB = 1, AD = DC = DP = 2, \angle PDC = 120^\circ$, 求平面 PAB 与平面 ABC 的夹角的余弦值.



19. (12 分)

体育承载着国家强盛、民族振兴的梦想. 为推动落实全民健身国家战略, 某学校以锻炼身体为目的, 每天下午组织足球训练活动.

(1) 为了解喜爱足球运动是否与性别有关, 从该校随机抽取了男学生和女学生各 100 名观众进行调查, 得到如下列联表:

	喜爱足球运动	不喜爱足球运动
男学生	60	40
女学生	20	80

依据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的 χ^2 独立性检验, 能否认为喜爱足球运动与性别有关?

(2) 在某次足球训练课上, 球首先由 A 队员控制, 此后足球仅在 A, B, C 三名队员之间传递, 假设每名队员控球时传给其他队员的概率如表所示:

控球队员	A		B		C	
接球队员	B	C	A	C	A	B
概率	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

若传球 3 次, 记 B 队员控球次数为 X , 求 X 的分布列及均值.

$$\text{附: } \chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d.$$

附表:

α	0.010	0.005	0.001
χ_{α}^2	6.635	7.879	10.828

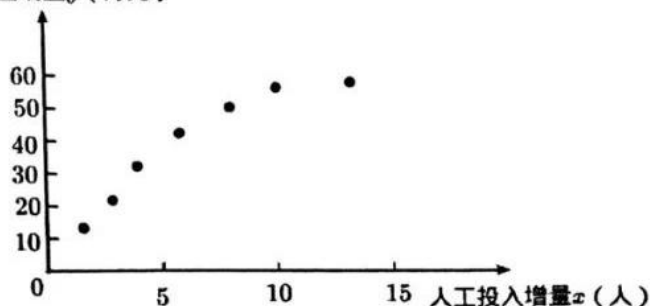


20. (12 分)

台山市镇海湾蚝是台山市著名的特产，因镇海湾的生蚝田处于咸淡水交汇之地，所以这里的生蚝长得比其他地方肥大，味道更加鲜美. 2023 年镇海湾某养殖基地考虑增加人工投入，根据市场调研与模拟，得到人工投入增量 x 人与年收益增量 y 万元的数据和散点图分别如下：

x	2	3	4	6	8	10	13
y	13	22	31	42	50	56	58

年收益增量 y (万元)



根据散点图，建立了 y 与 x 的两个回归模型：

模型①： $\hat{y} = 4.1x + 11.8$ ；模型②： $\hat{y} = \hat{b}\sqrt{x} + \hat{a}$ 。

(1) 求出模型②中 y 关于 x 的回归方程（精确到 0.1）；

(2) 比较模型①，②的决定系数 R^2 的大小，说明哪个模型拟合效果更好，并用该模型预测，要使年收益增量超过 80 万元，人工投入增量至少需要多少人？（精确到 1）

线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的系数：

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x};$$

$$\text{模型的决定系数: } R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}.$$

参考数据：令 $t = \sqrt{x}$ ，则 $\hat{y} = \hat{b}t + \hat{a}$ ，且 $\bar{t} \approx 2.46$ ， $\bar{y} \approx 38.86$ ， $\sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y}) \approx 80.97$ ，

$\sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{t})^2 \approx 3.78$ ；模型①中 $\sum_{i=1}^7 (y_i - \hat{y}_i)^2 = 182.42$ ；模型②中 $\sum_{i=1}^7 (y_i - \hat{y}_i)^2 = 74.12$ 。

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^{2x} + (a-2)e^x - x$, 其中 $a \geq 1$.

(1) 若 $a=1$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的零点个数.

22. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 且与双曲线 $y^2 - x^2 = \frac{1}{2}$ 有相同的焦距.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设椭圆 C 的左、右顶点分别为 A, B , 过左焦点 F 的直线 l 交椭圆 C 于 D, E 两点 (其中点 D 在 x 轴上方), 求 $\triangle AEF$ 与 $\triangle BDF$ 的面积之比的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

