2023年普通高等学校招生全国统一考试模拟演练

理科数学

本试卷总分150分，考试时间120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $I=\{x\in\mathbf{N}|x\leqslant 10\}$，集合 $M=\{1,2,3\}$，$N=\{2,4,6,8,10\}$，则 $\complement_I(M\cup N)=$

A. $\{5,7,9\}$　　B. $\{1,2,3,4,6,8,10\}$

C. $\{0,5,7,9\}$　　D. $\{0,1,2,3,4,6,8,10\}$

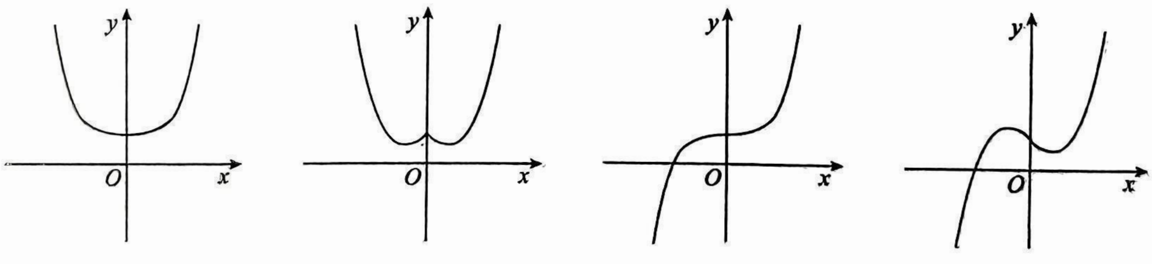
2. 已知复数 $z=\dfrac{a+2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}(a\in\mathbf{R})$，$|z|=\sqrt{10}$，且 z 在复平面上对应的点位于第二象限，则 $a=$

A. 4　　B. -4　　C. ± 4　　D. ± 2

3. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-3\leqslant 0,\\ y\geqslant 0,\\ x-y\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=2x+3y$ 的最大值是

A. 6　　B. $\dfrac{13}{2}$　　C. $\dfrac{15}{2}$　　D. 8

4. 函数 $f(x)=\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}-x^2-1$ 的部分图象是



A　　B　　C　　D

5. 已知 $a=0.3^{0.2}$，$b=0.2^{0.3}$，$c=-\dfrac{1}{5\ln 0.3}$，则

A. $a>b>c$　　B. $b>c>a$　　C. $a>c>b$　　D. $c>b>a$

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_{1\,023}-S_{1\,000}=1$，则 $S_{2\,023}=$

A. 2 023　　B. $\dfrac{2\,023}{23}$　　C. 2 022　　D. $\dfrac{2\,022}{23}$

7. 若 $x>0, y>0$，且 $x+y=4$，则下列不等式不成立的是

A. $xy\leqslant 4$　　B. $x^2+y^2\geqslant 8$

C. $\dfrac{x}{4-x}+\dfrac{y}{4-y}\geqslant 2$　　D. $x^2-2y\geqslant 16$

8. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$AB=\sqrt{7}$，$BC=2$，若动点 P 满足 $|\overrightarrow{AP}|=\sqrt{2}$，则 $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CP}$ 的最大值为

A. 16　　B. 17　　C. 18　　D. 19

9. 已知 $\sin 2x+\cos^2 x=-\dfrac{3}{5}$，则 $\tan 2x=$

A. $\dfrac{4}{3}$ 或 $\dfrac{24}{7}$　　B. $-\dfrac{4}{3}$ 或 $\dfrac{24}{7}$

C. $\dfrac{4}{3}$ 或 $-\dfrac{24}{7}$　　D. $-\dfrac{4}{3}$ 或 $-\dfrac{24}{7}$

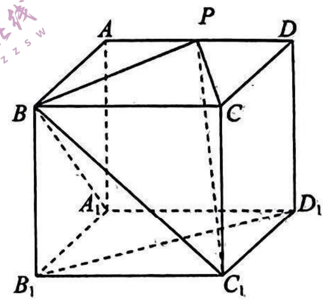
10. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>a>0)$ 的左焦点为 F，右顶点为 A，一条渐近线与圆 A：$(x-a)^2+y^2=b^2$ 在第一象限交于点 M，MF 交 y 轴于点 N，且 $\angle FNA=90°$，则 C 的离心率为

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $1+\sqrt{2}$　　D. $2+\sqrt{2}$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=-1$，$a_{n+1}+a_n=2n+1$，若 $S_{n+1}+S_n=2\,399$，则 $n=$

A. 48　　B. 49　　C. 50　　D. 51

12. 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为棱 AD 上的动点．给出以下四个命题：



①$A_1B\perp PC_1$；

②异面直线 C_1P 与 B_1D_1 所成角的取值范围为 $\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right]$；

③有且仅有一个点 P，使得 $BP\perp$ 平面 CC_1P；

④三棱锥 $B\text{-}PCC_1$ 的体积是定值．

其中真命题的个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，且满足关系式 $f(x)=x^2+2xf'(1)+\ln x$，则 $f'(1)=$________．

14. $(x+y)(x-2y)^6$ 的展开式中含 x^4y^3 项的系数为________．(用数字作答)

15. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$f(x)$ 为偶函数，$f(x+1)$ 为奇函数，则 $f(2\,023)=$________．

16. 已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$，过点 $D(0,2)$ 的直线交 C 于 A,B 两点，C 在 A,B 两点处的切线交于点 $M(a,b)$，且 $a+b=-1$．若点 M 到直线 AB 的距离为 $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$，则 $p=$________．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

记△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $c=2b$，D,E 是 BC 边上的点，且满足 $BD=DE=EC$，$c=\frac{6\sqrt{17}}{17}AD$.

(1)求∠BAC；

(2)若 $a=\sqrt{5}$，求△ADE 的外接圆的直径.

18.（12 分）

为了验证甲、乙两种药物对治疗某种疾病的效果，某科研单位用两种药物对患有该疾病的患者进行临床药物实验.随机抽取患有该疾病的患者 200 人，其中 100 人注射甲药物，另外 100 人注射乙药物，实验结果完成后，得到如下统计表：

药物	效果明显	效果不明显	合计
甲药物	76	24	100
乙药物	84	16	100
合计	160	40	200

(1)分别估计注射甲、乙两种药物的患者效果明显的概率；

(2)能否有 90%的把握认为甲、乙两种药物对治疗该种疾病的效果有差异？

(3)从样本中对甲、乙两种药物治疗效果不明显的患者按分层抽样的方法抽出 5 人，然后从 5 人中随机抽取 3 人做进一步药物实验，记抽到注射甲药物的患者人数为 X，求 X 的分布列和数学期望.

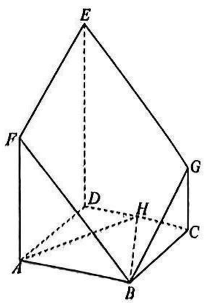
参考公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

临界值表：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025
k_0	2.706	3.841	5.024

19.（12 分）

如图，在六面体 $ABCDEFG$ 中，四边形 $ABCD$ 是菱形，$AF\parallel DE\parallel CG$，$AF\perp$平面 $ABCD$，$\angle DAB=60°$，H 为 CD 的中点，$AH\parallel$平面 $BGEF$.



(1)求$\frac{AF}{CG}$；

(2)若 $AF=AB=2$，求直线 BH 与平面 $BGEF$ 所成角的正弦值.

20.（12 分）

已知函数 $f(x)=(x-1)e^x$，$f'(x)$是 $f(x)$的导函数.

(1)设 $g(x)=f(x)-\frac{x^2}{2}$，证明：$g(x)$是增函数；

(2)当 $x>0$ 时，$f'(x)>a\ln(x+1)\geqslant\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\ln 3-\frac{1}{x}$恒成立，求实数 a 的取值范围.

21.（12 分）

已知圆 $O_1:(x+1)^2+y^2=\frac{1}{4}$，圆 $O_2:(x-1)^2+y^2=\frac{49}{4}$，圆 M 与圆 O_1 外切，且与圆 O_2 内切.

(1)求圆心 M 的轨迹 C 的方程；

(2)若 A,B,Q 是 C 上的三点，且直线 AB 不与 x 轴垂直，O 为坐标原点，$\overrightarrow{OQ}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$，则当△$AOB$ 的面积最大时，求 $\lambda^2+\mu^2$ 的值.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修 4—4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=3+2\cos\alpha,\\ y=1+2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）.以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程是 $3\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+3=0$.

(1)求 C 的普通方程和 l 的直角坐标方程；

(2)已知点 $P(2,0)$，直线 l 与 C 交于 A,B 两点，求△PAB 的面积.

23.［选修 4—5：不等式选讲］（10 分）

已知不等式$|x+m|+|x+2|\geqslant 3$恒成立，正数 m 的最小值为 M.

(1)求 M；

(2)若正数 a,b,c 满足 $2a+b+c=M$，证明：$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}\geqslant\frac{4}{5}$.