

姓名 _____ 座位号 _____
(在此卷上答题无效)

数 学(理科)

本试卷共 1 页, 全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟。

考生注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

- $x < 1$ $x \neq 0$
- A. 函数 $y = \frac{1}{\ln(1-x)}$ 的定义域为
A. $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $[-1, 1)$
- C. 集合 $A = \{x | (1-x)(x-2) \geq 0\}$, $B = \{x | y = \ln \frac{1+x}{1-x}\}$, 则集合 $A \cup B$
A. \emptyset B. $(-1, 1)$ C. $(-1, 2]$ D. $[1, 2]$
- A. “ $a < 0$ 且 $b < 0$ ”是“ $a + b < 2\sqrt{ab}$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- B. 已知实数 $m, n \in [1, 2]$, 那么 $\frac{m-n}{m+n}$ 的取值范围是
A. $[\frac{1}{2}, 2]$ B. $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$ C. $[0, \frac{1}{3}]$ D. $[-\frac{1}{3}, 0]$
- D. 函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($-\frac{\pi}{2} < \varphi \leq \frac{\pi}{2}$) 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$ 上恰有 3 个零点, 则 φ 可以为
A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $-\frac{\pi}{6}$ D. $-\frac{\pi}{3}$
- B. 已知曲线 $C_1: y = \sin 2x - \cos 2x$, 曲线 $C_2: y = \sin 2x + \cos 2x$, 则下面结论正确的是
A. 将曲线 C_1 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 可得 C_2 B. 将曲线 C_1 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 可得 C_2
C. 将曲线 C_1 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位, 可得 C_2 D. 将曲线 C_1 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位, 可得 C_2

【C-022】数学 B(理科)试卷 第 1 页(共 4 页)

函数 $f(x) = x^n(x+1)$ ($n \in \mathbb{N}$) 有两个极值点, 则 n 的最小值为

- A. 1 C. 2 D. 3

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 记 $b_n = 2a_{n+1} - a_n$, 数列 $\{b_n\}$ 中存在连续三项构成等差数列, q 为

- A. 1 或 $\frac{1}{2}$ B. 1 或 2 C. 1 或 $\frac{1}{2}$ D. 1

三个向量 a, b, c 长度各不相同, $|a|, |b|, |c| \in \{1, 2, 3\}$, 则 $|2c - a - b|$ 的最大值和最小值分别为

- A. 6, 0 C. 9, 3 D. 6, 3

已知 $\triangle ABC$ 的边 BC 上有一点 P , $BP = 2PC$, $AP = \sqrt{7}$, 则 $3AB^2 + 6AC^2 - 2BC^2$ 的值为

- A. 21 B. 42 C. 56 D. 63

已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , $a_1 = 100$, $a_{n+1} = a_n - 2n + 2a_n - 2$, 满足 $S_n > 0$ 的最小 n 值为

- A. 31 B. 32 C. 33 D. 34

函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ 零点为 m , 函数 $g(x) = e^x - \frac{1}{m} \ln x$ 的极值点为 n , 其中 e 为自然对数的底, 则

- A. $0 < n < m < \frac{1}{2}$ B. $0 < m < n < \frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2} < n < m < 1$ D. $\frac{1}{2} < m < n < 1$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 向量 $a = (1, m)$, $b = (m, 2)$, 若 $a \parallel b$, 则 $m = \pm\sqrt{2}$.

14. 函数 $f(x) = ax^2 - 2x + 1$ 仅有一个零点, 则实数 a 的取值范围是 $a = 1$ 或 $a = 0$.

15. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$, 若 $a_{30} = 2$, 则 $a_1 = -3$.

16. 已知三角形的重心到三条边的距离分别为 3, 4, 6, 则这个三角形的面积为 $3\sqrt{15}$.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

$$a_n \cdot a_{n+1} + a_{n+1} = a_n - 1$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} = x$$

$$\frac{4}{3} = \frac{2}{3}x$$

设 $m \in \mathbb{R}$, 命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 2 > m$; 命题 $q: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - mx - 1 = 0$.

若 p 为真命题, 求 m 的最大值;

若 $p \wedge q$ 为真命题, 且 $p \vee q$ 为假命题, 求 m 的取值范围.



$$x^2 + 2x + 0$$

$$\left(-\frac{m}{2}, n - \frac{m^2}{4}\right)$$

$$(-2, 1)$$

$$x^2 + 2x + 1$$

18. (12分)

已知函数 $f(x) = x^2 + mx + n$, 且 $x = 1$ 是函数 $g(x) = xf(x)$ 的一个极值点.

(1) 证明 $y = f(x)$ 图象经过一个定点, 并求定点坐标;

(2) 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的值域为 $[a, a+1]$, 求实数 a 的值.

$$\left(x^2 + mx + \frac{m^2}{4}\right) - \frac{m^2}{4} + n$$

19. (12分)

已知无穷数列 $\{a_n\}$ 各项均不为 0, 记向量 $\vec{p}_n = (a_n, a_{n+1})$, ($n \in \mathbb{N}^+$), 可得一个向量序列 $\{\vec{p}_n\}$.

(1) 若 $\{\vec{p}_n\}$ 是一组平行向量, 证明 $\{a_n\}$ 是等比数列;

(2) 若 $a_n = 2n - 1$, 记向量 $\vec{T}_n = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_n$, 如果 $\vec{T}_n \parallel \vec{p}_5$, 求 n 的值.

20. (12分)

如图所示, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 边 CD 上有一个动点 E , AF 垂直 BE 于

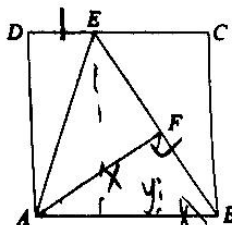
F .

(1) 若 $DE = 1$, 求 AF 长;

(2) 求 $\tan \angle EAF$ 最小值.

$$\begin{aligned} & \vec{B}: (0, 2) \\ & \vec{E}: (1, 2) \\ & \vec{F}: (1, 1) \\ & \vec{A}: (0, 0) \end{aligned}$$

$$n = 1 + 1n$$



21. (12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前两项都是方程 $2\sin x = \sqrt{3}$ 的根, $0 < a_1 < a_2 < 2\pi$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项;

(2) 设 $b_n = a_n \sin a_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 求数列 $\{b_n\}$ 的前 60 项和.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{x-a}{\ln x}$

(1) 当 $a=1$, 讨论 $f(x)$ 单调性;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 m, n ($m < n$), 求证: $m+n > 2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主选拔在线官方微信号: **zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线