

高三数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

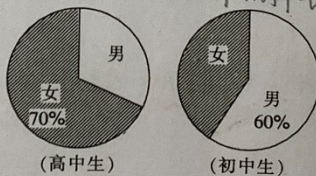
1. 已知复数 $z = \frac{3+2i}{1-i}$ (i 为虚数单位)，则 $|\bar{z}+2i| =$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{82}}{2}$ D. $\frac{41}{2}$

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \left\{x \mid \frac{x-4}{x+1} > 0\right\}$ ， $B = \{x \mid y = \ln(4-x^2)\}$ ，则 $(\complement_U A) \cap B =$

- A. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$ B. $[-1, 2)$
C. $[-1, 4]$ D. $(-\infty, 4]$

3. 某中学有高中生 3 000 人，初中生 2 000 人，男、女生所占的比例如下图所示。为了解学生的学习情况，用分层抽样的方法从该校学生中抽取一个容量为 n 的样本，已知从高中生中抽取女生 21 人，则从初中生中抽取的男生人数是



$$P(\text{高中生}) = \frac{21}{3000 \times \frac{70}{100}} = \frac{1}{100}$$

$$2000 \times \frac{60}{100} \times \frac{1}{100} = 12$$

- A. 12 B. 15 C. 20 D. 21

4. 已知 $\cos \theta = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，且 $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ，则 $\tan 2\theta =$

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

5. 已知圆 $C_1: x^2 + (y-a)^2 = a^2$ ($a > 0$) 的圆心到直线 $x - y - 2 = 0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$ ，则圆 C_1 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ 的公切线共有

- A. 0 条 B. 1 条 C. 2 条 D. 3 条

6. 已知点 P 是曲线 $y = x^2 - 3\ln x$ 上任意一点，则点 P 到直线 $2x + 2y + 3 = 0$ 的距离的最小值是

- A. $\frac{7}{4}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{7\sqrt{2}}{4}$

【高三 2 月质量检测 · 数学 第 1 页 (共 4 页)】

YG

7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F , 直线 $y = kx$ 与 C 交于 A, B 两点 (其中点 A 位于第一象限), $|AB| = 2|OF|$, O 为坐标原点, 且 $\triangle FAB$ 的面积为 $4a^2$, 则 C 的离心率是

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. 3

B

8. 已知函数 $f(x) = |xe^x|$, 关于 x 的方程 $f^2(x) + 3tf(x) + t + 1 = 0 (t \in \mathbf{R})$ 有四个不同的实数根, 则实数 t 的取值范围为

- A. $(-\infty, -\frac{e^2+1}{e^2+3e})$ B. $(-1, -\frac{e^2+1}{e^2+3e})$
C. $[-1, -\frac{e^2+1}{e^2+3e})$ D. $(-1, -\frac{e^2+1}{e^2+3e}]$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知 $a > b > 0, c > d > 0$, 则下列不等式成立的是

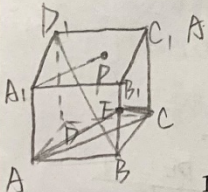
ABD

- A. $a+c > b+d$ B. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$
C. $(a+b)^c > (a+b)^d$ D. $e^{a+b} > d^{a+b}$

10. 将函数 $f(x) = \sin x (\sin x + \sqrt{3} \cos x)$ 的图象上每个点的横坐标伸长为原来的 2 倍 (纵坐标不变), 得到 $g(x)$ 的图象, 则下列说法正确的是

BD

- A. $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{2\pi}{3}$ 对称
B. $g(x)$ 的图象关于点 $(\frac{7\pi}{6}, 0)$ 对称
C. $g(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的值域为 $[0, 1]$
D. $g(x)$ 的图象可由 $y = \cos x$ 的图象向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度, 再向上平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度得到

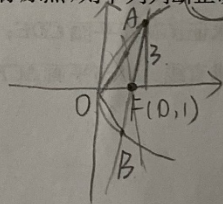


11. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 BB_1 的中点, P 为四边形 DCC_1D_1 内一点 (包含边界), 若 $PA_1 \parallel$ 平面 AEC , 则下列结论正确的是

- A. $PA_1 \perp BD_1$ B. 三棱锥 $B_1 - PA_1B$ 的体积为定值
C. 线段 PA_1 长度的最小值为 $\frac{2\sqrt{30}}{5}$ D. $\angle A_1PD_1$ 的最小值是 45°

12. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A, B 两点, O 为坐标原点, 则下列判断正确的是

- A. $\triangle OAB$ 可能为锐角三角形
B. 过点 $M(0, 1)$ 且与抛物线 C 仅有一个公共点的直线有 2 条
C. 若 $|AF| = 3$, 则 $\triangle AOB$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
D. $|AF| + 2|BF|$ 最小值为 $3 + 2\sqrt{2}$



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。 $\vec{a} + 3\vec{b} = 3(1, m) = (3, 3m)$
13. 已知向量 $\vec{a} = (-1, 1), \vec{b} = (1, m)$, 若 $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp \vec{a}$, 则 $m = \frac{1}{3}$ 。
 $\vec{a} + 3\vec{b} = (-1, 1) + (3, 3m) = (2, 1+3m)$

14. $(x^2 + x - 2y)^5$ 的展开式中 x^3y^3 的系数是 -160 。

15. 已知等腰直角 $\triangle ABC$ 的斜边 $BC = 2$, 沿斜边的高线 AD 将 $\triangle ADC$ 折起, 使二面角 $B - AD - C$ 的大小为 $\frac{\pi}{3}$, 则四面体 $ABCD$ 的外接球的表面积为 32π 。

16. 已知定义在 \mathbf{R} 上的可导函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 满足 $f'(x) - f(x) < 0$, 且 $f(x+1) = f(1-x)$, $f(0) = e$, 则不等式 $f(x) > e^{x-1}$ 的解集是 _____.

四、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, $c(1 + \cos B) = \sqrt{3} b \sin C$.

(1) 求角 B 的大小;

(2) 若 $b=2, a+c=4$, 求 $\triangle ABC$ 的面积. $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}}{n+1} - \frac{a_n}{n} = \frac{1}{n(n+1)}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 且 $a_1 = 1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; $\frac{n(n+1)}{2}$

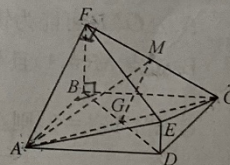
(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{a_n}{3^{n-1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. (本小题满分 12 分)

如图, 菱形 $ABCD$ 与四边形 $BDEF$ 相交于 BD , $\angle ABC = 120^\circ$, $BF \perp$ 平面 $ABCD$, $DE \parallel BF$, $BF = 2DE$, $AF \perp FC$, M 为 CF 的中点, $AC \cap BD = G$.

(1) 求证: $GM \parallel$ 平面 CDE ;

(2) 求直线 AM 与平面 ACE 所成角的正弦值.



$$\frac{DE}{BF} = \frac{1}{2}$$

DE // BF

20. (本小题满分 12 分)

某工厂的污水处理程序如下:原始污水必先经过 A 系统处理,处理后的污水(A 级水)达到环保标准(简称达标)的概率为 $p(0 < p < 1)$. 经化验检测,若确认达标便可直接排放;若不达标则必须进行 B 系统处理后直接排放. 某厂现有 4 个标准水量的 A 级水池,分别取样、检测. 多个污水样本检测时,既可以逐个化验,也可以将若干个样本混合在一起化验. 混合样本中只要有样本不达标,则混合样本的化验结果必不达标. 若混合样本不达标,则该组中各个样本必须再逐个化验;若混合样本达标,则原水池的污水直接排放. 现有以下四种方案:

方案一,逐个化验;

方案二,平均分成两组化验;

方案三,三个样本混在一起化验,剩下的一个单独化验;

方案四,混在一起化验.

化验次数的期望值越小,则方案越“优”.

(1)若 $p = \frac{2}{\sqrt{5}}$,求 2 个 A 级水样本混合化验结果不达标的概率;

(2)若 $p = \frac{2}{\sqrt{5}}$,现有 4 个 A 级水样本需要化验,请问:方案一、二、四中哪个最“优”?

(3)若“方案三”比“方案四”更“优”,求 p 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 上顶点为 M , 若直线 MF_1 的斜率为 1, 且与椭圆的另一个交点为 N , $\triangle F_2MN$ 的周长为 $4\sqrt{2}$. $\triangle F_2MN = 4\sqrt{2}$. $k_{MF_1} = 1$.

(1)求椭圆的标准方程;

(2)过点 F_1 的直线 l (直线 l 斜率不为 1) 与椭圆交于 P, Q 两点, 点 P 在点 Q 的上方, 若 $S_{\triangle F_1PQ} = \frac{2}{3} S_{\triangle F_1MP}$, 求直线 l 的斜率.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - ax - 1 (a \in \mathbf{R})$. $f'(x) = e^x - x - a$

(1)若不等式 $f(x) \geq 0$ 在 $x \in [0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(2)若 $x > 0$, 求证: $(e^x - \frac{1}{2}x^2 + 1) \ln(x+1) > 2x$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线