

考号

姓名

班级

学校

题
答
要
不
内
线
封
密



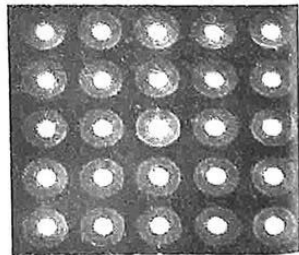
2023年3月广西高三模拟考试 数学(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,共150分.考试时间120分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容.

第I卷

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | 4x < 1\}$, $B = \{x | -3 < 6x < 8\}$, 则 $A \cup B =$
 - A. $\{x | x < \frac{4}{3}\}$
 - B. $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{4}\}$
 - C. $\{x | x < \frac{1}{4}\}$
 - D. $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{3}{4}\}$
2. 若复数 z 的虚部小于0,且 $z^2 = -1$, 则 $\frac{z}{z+1} =$
 - A. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
 - B. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
 - C. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
 - D. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
3. 若函数 $f(x) = a\sin x + 1$ 的最大值为4, 则函数 $g(x) = \cos(ax+1)$ 的最小正周期为
 - A. 2π
 - B. π
 - C. $\frac{2\pi}{3}$
 - D. $\frac{\pi}{2}$
4. 若双曲线 $C: \frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{2a} = 1 (a > 0)$ 的焦距大于6, C 上一点到两焦点的距离之差的绝对值为 d , 则 d 的取值范围是
 - A. $(2\sqrt{3}, +\infty)$
 - B. $(\sqrt{3}, +\infty)$
 - C. $(6, +\infty)$
 - D. $(3, +\infty)$
5. 某舞台灯光设备有一种25头LED矩阵灯(如图所示), 其中有2头LED灯出现故障, 假设每头LED灯出现故障都是等可能的, 则这2头故障LED灯相邻(横向相邻或纵向相邻)的概率为
 - A. $\frac{2}{15}$
 - B. $\frac{7}{60}$
 - C. $\frac{1}{10}$
 - D. $\frac{1}{15}$
6. 若 $f(x), g(x), h(x)$ 分别是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数、奇函数、偶函数, 则下列函数不是偶函数的是
 - A. $y = f(g(x))h(x)$
 - B. $y = f(g(x)) + h(x)$
 - C. $y = f(h(x))g(x)$
 - D. $y = f(x)|g(x)|h(x)$

7. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle BCD$ 都是正三角形, $AB=2$, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 边折起, 使得 A 到达 A_1 的位置, 连接 A_1D , 得到三棱锥 A_1-BCD , 则 " $\sqrt{6} < A_1D < 2\sqrt{3}$ " 是 "二面角 A_1-BC-D 为钝角" 的
- A. 充分不必要条件 B. 充要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
8. 已知 A, B, C 是同一条直线上三个不同的点, O 为直线外一点, 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 > 2$, 且 $\vec{OA} = a_2 \vec{OB} + a_3 \vec{OC}$, 则 $\{a_n\}$ 的公比 q 的取值范围是
- A. $(0, 1 + \sqrt{3})$ B. $(1 + \sqrt{3}, +\infty)$ C. $(0, 1 + \sqrt{2})$ D. $(1 + \sqrt{2}, +\infty)$
9. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y-3 \geq 0, \\ x-y-1 \leq 0, \\ 2x+y-2 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的取值范围是
- A. $[-2, 1]$ B. $[-1, 2]$ C. $(-\infty, -2]$ D. $[-2, +\infty)$
10. 设钝角 α 满足 $\frac{\cos 2\alpha - \sin \alpha}{1 - 2\sin \alpha} = \frac{8}{5}$, 则 $\tan(\alpha + \frac{3\pi}{4}) =$
- A. -7 B. $-\frac{1}{7}$ C. 7 D. $\frac{1}{7}$
11. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为梯形, 平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, $AB=CD=\sqrt{2}$, $BC=2$, $AD=4$, $PA=PD=2\sqrt{5}$, 则四棱锥 $P-ABCD$ 外接球的表面积为
- A. 26π B. 27π C. 28π D. 29π
12. 若函数 $f(x) = x^2 e^x - \ln x$ 的最小值为 m , 则函数 $g(x) = x^2 e^{x+2} - \ln x$ 的最小值为
- A. $m-1$ B. $em+1$ C. $m+1$ D. $em-1$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 若随机变量 X 的分布列为

X	-1	2	4	5
P	0.2	0.35	0.25	0.2

则 X 的数学期望为 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

14. 南宋晚期的龙泉窑粉青釉刻花斗笠盏如图 1 所示, 忽略杯盏的厚度, 这只杯盏的轴截面如图 2 所示, 其中光滑的曲线是抛物线的一部分, 已知杯盏盛满茶水时茶水的深度为 3 cm, 则该抛物线的焦点到准线的距离为 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ cm.



图 1

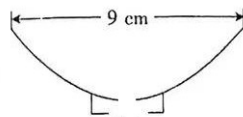


图 2

15. 若不等式 $ax^2 > x^3 - x - 1$ 对 $x \in (-\infty, 0)$ 恒成立, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.
16. 有穷数列 $\{a_n\}$ 共有 k 项, 满足 $a_1 = 27, a_2 = 737$, 且当 $n \in \mathbb{N}^*, 3 \leq n \leq k$ 时, $a_n = a_{n-2} - \frac{n-1}{a_{n-1}}$, 则项数 k 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\frac{b^2+c^2-a^2}{\sin B} = \frac{a^2+c^2-b^2}{\sin A}$.

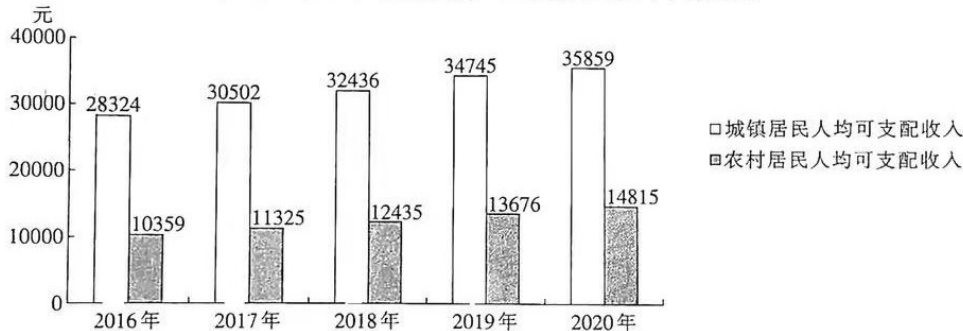
(1)证明: $A=B$.

(2)若 D 为 BC 的中点,从① $AD=4$,② $\cos C = \frac{1}{4}$,③ $CD=2$ 这三个条件中选取两个作为条件证明另外一个成立.

注:若选择不同的组合分别解答,则按第一个解答计分.

18. (12 分)

2016~2020 年广西城乡居民人均可支配收入的柱形图如下图所示.



(1)不考虑价格因素,求广西 2020 年农村居民人均可支配收入的年增长率(结果精确到 0.1%).

(2)现欲了解广西各年城镇居民人均可支配收入 y (单位:元)与农村居民人均可支配收入 x (单位:元)是否存在较好的线性关系. 设广西 2016 年城镇居民人均可支配收入为 y_1 元,农村居民人均可支配收入为 x_1 元,2017 年对应的数据分别为 y_2, x_2 , 2018 年对应的数据分别为 y_3, x_3 , 2019 年对应的数据分别为 y_4, x_4 , 2020 年对应的数据分别为 y_5, x_5 . 根据图中的五组数据,得到 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 1.71x + m$,试问 y 关于 x 的线性相关系数 r 是否大于 0.95,并判断 y 与 x 之间是否存在较好的线性关系.

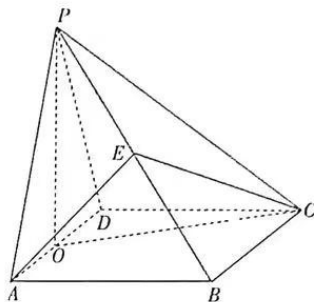
参考数据: $1.71 \times \sum_{i=1}^5 (x_i - 12522)^2 \approx 21732390$, $\sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2} \approx 6140$, $\sqrt{127090} \approx 356$.

附:样本的相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, 线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中的系数

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

19. (12分)

如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为矩形, $AD=2, AB=3, PA=PD=\sqrt{10}$, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$. O 是 AD 的中点, E 是 PB 上一点, 且 $AE \parallel$ 平面 POC .



(1) 求 $\frac{PE}{PB}$ 的值;

(2) 求直线 CE 与平面 POC 所成角的正弦值.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + (a-2)x - x \ln x$.

(1) 设 $a=0$.

① 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程.

② 试问 $f(x)$ 有极大值还是极小值? 并求出该极值.

(2) 若 $f(x)$ 在 $(0, e)$ 上恰有两个零点, 求 a 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 斜率为 2 的直线 l 与椭圆交于 A, B 两点. 过点 B 作 AB 的垂线交椭圆于另一点 C , 再过点 C 作斜率为 -2 的直线交椭圆于另一点 D .

(1) 若坐标原点 O 到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 $\triangle AOB$ 的面积.

(2) 试问直线 AD 的斜率是否为定值? 若是定值, 求出此定值; 若不是定值, 说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\sqrt{5}\cos t, \\ y=2+\sqrt{5}\sin t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线 l_1 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta - 3\rho \sin \theta - 1 = 0$, 直线 l_2 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{4}$.

(1) 求 C 的极坐标方程;

(2) 若直线 l_1 与 C 相交于 A, B 两点, P 为直线 l_2 上的动点, 求 $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$ 的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知正数 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 + 2c^2 = 4$.

(1) 若 $a+b+c=3$, 证明: $\frac{1}{5} \leq c \leq 1$.

(2) 若 $a=b$, 求 $\frac{b^2+c^2}{bc} + \frac{bc}{b^2+c^2}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线