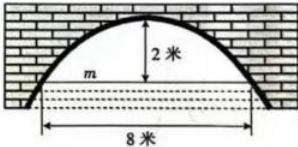


2022~2023 学年河北省高三年级下学期 4 月份联合考试  
数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $\{0, 2, 4\}$       B.  $\{2, 4\}$       C.  $\{-2, 0, 2, 4\}$       D.  $\{4\}$
2. 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 复数  $z = a + bi$  满足  $z(1+i) = (1-2i)^2$ , 则  $a+b =$   
A.  $-\frac{7}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $-3$       D.  $-4$
3. 图中是抛物线形拱桥, 当水面在  $m$  时, 拱顶距离水面 2 米, 水面宽度为 8 米, 则当水面宽度为 10 米时, 拱顶与水面之间的距离为  
A.  $\frac{25}{2}$  米      B.  $\frac{25}{4}$  米  
C.  $\frac{25}{6}$  米      D.  $\frac{25}{8}$  米  

4. 为了得到函数  $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$  的图象, 只需将函数  $g(x) = \cos 2x$  的图象  
A. 向左平移  $\frac{3\pi}{8}$  个单位长度      B. 向右平移  $\frac{3\pi}{8}$  个单位长度  
C. 向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度      D. 向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度
5. 若数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2, \frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n a_{n+1}} = 1$ , 则  $a_{2023} =$   
A. 2      B.  $-\frac{1}{2}$       C. -3      D.  $\frac{1}{3}$
6. 已知函数  $f(x) = x^3 + \frac{f'(2)}{5}x^2 - 9x$ , 则  $f(x)$  的极大值为  
A. -3      B. 1      C. 27      D. -5
7. 住房的许多建材都会释放甲醛。甲醛是一种无色的有着刺激性气味的气体, 对人体健康有着极大的危害。新房入住时, 空气中甲醛浓度不能超过  $0.08 \text{ mg/m}^3$ , 否则, 该新房达不到安全入住的标准。若某套住房自装修完成后, 通风  $x (x = 1, 2, 3, \dots, 50)$  周后与室内甲醛浓度  $y$  (单位:  $\text{mg/m}^3$ ) 之间近似满足函数关系式  $y = 0.48 - 0.1f(x) (x \in \mathbf{N}^*)$ , 其中  $f(x) = \log_a [k(x^2 + 2x + 1)] (k > 0, x = 1, 2, 3, \dots, 50)$ , 且  $f(2) = 2, f(8) = 3$ , 则该住房装修完成后要达到安全

【高三数学 第 1 页(共 4 页)】



三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.把答案填在答题卡中的横线上.

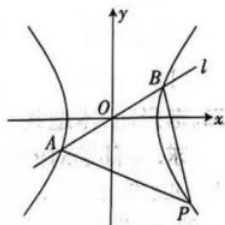
13. 已知向量  $m=(2,-3), n=(1,1)$ , 则  $|m+n| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 在  $4^{0.2}, 0.1^{-0.2}, 2\sin 3, 10^{0.15}$  这4个数中, 最小的是  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 最大的是  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (本题第一空2分, 第二空3分)

15. 2023年2月6日, 土耳其发生7.8级地震, 我国在第一时间派出救援队进行救援. 已知某救援队共有8人, 根据救灾安排, 该救援队需要安排救援人员到三个地区实施救援, 每个地区至少两人, 每人只能去一个地区, 则共有  $\underline{\hspace{2cm}}$  种安排方案.

16. 如图, 已知过原点的直线  $l$  与双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$  相交于

$A, B$  两点, 双曲线  $C$  的右支上一点  $P$  满足  $\tan \angle APB = \frac{5}{3}$ , 若直线  $PB$  的斜率为  $-3$ , 则双曲线  $C$  的离心率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

$\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 已知  $a \sin B = b \sin(A + \frac{\pi}{3})$ .

(1) 求角  $A$  的大小;

(2) 若  $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 求  $\sin C$  的值.

18. (12分)

某杂志社对投稿的稿件要进行评审, 评审的程序如下: 先由两位专家进行初审, 若两位专家的初审都能通过, 则予以录用; 若两位专家的初审都不能通过, 则不予录用; 若恰能通过1位专家的初审, 则再由另外的两位专家进行复审, 若两位专家的复审都能通过, 则予以录用, 否则不予录用. 假设投稿的稿件能通过各位专家初审的概率均为  $\frac{1}{3}$ , 复审的稿件能通过各位专家复审的概率均为  $\frac{1}{2}$ , 且每位专家评审结果相互独立.

(1) 求投到该杂志的1篇稿件被录用的概率;

(2) 记  $X$  表示投到该杂志的3篇稿件中被录用的篇数, 求  $X$  的分布列及期望.

19. (12分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_n = 2a_n - 4$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求数列  $\{nS_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

【高三数学 第3页(共4页)】

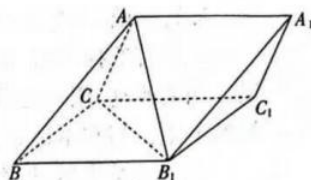


20. (12分)

如图,在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,侧面  $BB_1C_1C$  为菱形,  $AC=AB_1$ .

(1)证明:  $AB \perp B_1C$ .

(2)若  $AC \perp AB_1$ ,  $\angle CBB_1 = \frac{\pi}{3}$ ,  $AB=BC$ ,求平面  $AB_1C$  与平面  $A_1B_1C_1$  所成锐二面角的余弦值.



21. (12分)

椭圆  $E$  的中心为坐标原点,坐标轴为对称轴,左、右顶点分别为  $A(-2,0)$ ,  $B(2,0)$ ,点  $(1, \sqrt{6})$  在椭圆  $E$  上.

(1)求椭圆  $E$  的方程.

(2)过点  $(-1,0)$  的直线  $l$  与椭圆  $E$  交于  $P, Q$  两点(异于点  $A, B$ ),记直线  $AP$  与直线  $BQ$  交于点  $M$ ,试问点  $M$  是否在一条定直线上?若是,求出该直线方程;若不是,请说明理由.

22. (12分)

已知函数  $f(x) = a \ln x - \frac{1}{2}x^2$ .

(1)讨论  $f(x)$  的单调性.

(2)若  $f(x)$  存在两个零点  $x_1, x_2$ ,且曲线  $y=f(x)$  在  $(x_1, 0)$  和  $(x_2, 0)$  处的切线交于点  $(x_0, y_0)$ . ①求实数  $a$  的取值范围;②证明:  $x_1 + x_2 > 2x_0$ .

【高三数学 第4页(共4页)】

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

