

## 2023年高考桂林、崇左市联合模拟考试

### 数学(文科)

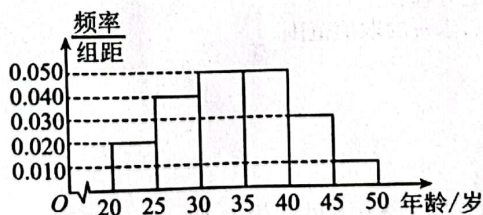
2023.04

#### 注意事项:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分. 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答题前, 考生将自己的姓名、准考证号填写在答题卡指定位置上.
3. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚.
4. 请按题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效.

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1.  $i^3 + 2i =$   
A.  $-i$                       B.  $-3i$                       C.  $i$                               D.  $3i$
2. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $M = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$ , 则  $C_U M =$   
A.  $\emptyset$                         B.  $\{2, 3\}$                       C.  $\{2, 4\}$                       D.  $\{2, 3, 4\}$
3. 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  为  $BC$  的中点, 则  $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} =$   
A.  $\overrightarrow{AC}$                       B.  $\overrightarrow{CA}$                       C.  $\overrightarrow{BA}$                       D.  $\overrightarrow{AB}$
4. 甲、乙两位同学假期从  $A, B$  两处景点中任选一处游览, 那么甲、乙两位同学恰好选取同一处景点的概率是  
A.  $\frac{2}{9}$                               B.  $\frac{2}{3}$                               C.  $\frac{1}{4}$                               D.  $\frac{1}{2}$
5. 某机构从一次“喜迎全国两会”网络宣讲直播活动中, 随机选取了部分参与直播活动的网友进行调查, 其年龄(单位: 岁)的频率分布直方图如图所示, 以样本估计总体, 估计参与直播活动的网友年龄的中位数为



6. 已知一个正三棱台的上、下底面边长分别为 3 和 6, 侧棱长为 2, 则该正三棱台的高为  
A.  $\frac{1}{2}$                               B. 1                              C.  $\sqrt{5}$                               D.  $\frac{\sqrt{13}}{2}$
7. 已知函数  $h(x)$  是奇函数, 且  $f(x) = h(x) + 2$ , 若  $x = 2$  是函数  $y = f(x)$  的一个零点, 则  $f(-2) =$   
A.  $-4$                               B. 0                              C. 2                              D. 4

【文科数学试卷 第 1 页(共 4 页)】

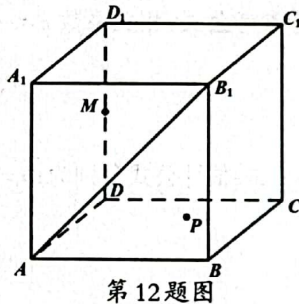
座位号

准考证号

姓名

8. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=2, a_{n+1}=2S_n$ , 则  $S_7=$   
 A. 1458                      B. 1460                      C. 2184                      D. 2186
9. 已知点  $A, B$  在抛物线  $y^2 = 4x$  上,  $O$  为坐标原点, 若  $|OA| = |OB|$ , 且  $\triangle AOB$  的垂心恰好是此抛物线的焦点  $F$ , 则直线  $AB$  的方程是  
 A.  $x - 2 = 0$                       B.  $x - 3 = 0$                       C.  $x - 4 = 0$                       D.  $x - 5 = 0$
10. 已知  $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ , 则“ $\alpha + \beta > 0$ ”是“ $\alpha + \beta > \cos \alpha - \cos \beta$ ”的  
 A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
 C. 充分必要条件                      D. 既不充分也不必要条件
11. 函数  $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$  恒有  $f(x) \leq f(\pi)$ , 且  $f(x)$  在  $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$  上单调递增, 则  $\omega$  的值为  
 A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{5}{3}$                       C.  $\frac{7}{3}$                       D.  $\frac{1}{3}$  或  $\frac{7}{3}$

12. 如图, 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=2$ ,  $P$  是正方形  $ABCD$  内部(含边界)的一个动点, 则  
 A. 有且仅有一个点  $P$ , 使得  $D_1P \perp B_1C$   
 B.  $AB_1 \parallel$  平面  $CPC_1$   
 C. 若  $\overline{DP} = \frac{1}{2} \overline{DB}$ , 则三棱锥  $P-BB_1C$  外接球的表面积为  $16\pi$   
 D.  $M$  为  $DD_1$  的中点, 若  $MP$  与平面  $ABCD$  所成的角为  $\frac{\pi}{4}$ , 则点  $P$  的轨迹长为  $\frac{\pi}{2}$

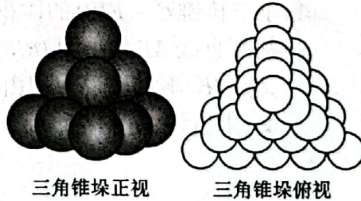


第12题图

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y \geq 2 \\ x + 2y \leq 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 2x - y$  的最小值是\_\_\_\_\_.

14. 古希腊毕达哥拉斯学派的“三角形数”是一列点(或圆球)在等距的排列下可以形成正三角形的数, 如 1, 3, 6, 10, 15, ... 我国宋元时期数学家朱世杰在《四元玉鉴》中所记载的“垛积术”, 其中的“落一形”锥垛就是每层为“三角形数”的三角锥的锥垛(如图所示, 顶上一层 1 个球, 下一层 3 个球, 再下一层 6 个球...), 若一“落一形”三角锥垛有 10 层, 则该锥垛球的总个数为\_\_\_\_\_.



三角锥垛正视图

三角锥垛俯视图

(参考公式:  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ))

15. 若曲线  $y = ax^2$  与  $y = \ln x$  有一条斜率为 2 的公切线, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
16. 设椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过原点的直线  $l$  与  $C$  相交于  $M, N$  两点(点  $M$  在第一象限). 若  $|MN| = |F_1F_2|$ ,  $\frac{|NF_1|}{|MF_1|} \geq \frac{1}{2}$ , 则  $C$  的离心率的最大值为\_\_\_\_\_.

三、解答题:共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17. 为促进新能源汽车的推广,某市逐渐加大充电基础设施的建设,该市统计了近五年新能源汽车充电站的数量(单位:个),得到如下表格:

年份编号 $x$	1	2	3	4	5
年份	2018	2019	2020	2021	2022
新能源汽车充电站数量 $y$ /个	37	104	147	186	226

(1) 已知可用线性回归模型拟合  $y$  与  $x$  的关系,请用相关系数加以说明;

(2) 求  $y$  关于  $x$  的线性回归方程,并预测 2026 年该市新能源汽车充电站的数量.

参考数据:  $\sum_{i=1}^5 y_i = 700$ ,  $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 2560$ ,  $\sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2} \approx 146.51$ ,  $\sqrt{10} \approx 3.16$ .

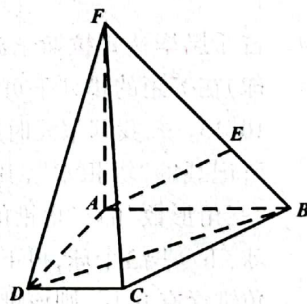
参考公式: 相关系数  $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ , 回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  中斜率和截距的最小

二乘估计公式分别为:  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ ,  $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ .

18. 如图,在四棱锥  $F-ABCD$  中,平面  $ABF \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $CD=1$ ,  $AB=AD=AF=2$ ,  $\angle BAD = \angle BAF = \frac{\pi}{2}$ , 点  $E$  在棱  $BF$  上,且  $EF=2BE$ .

(1) 求三棱锥  $C-FBD$  的体积;

(2) 判断直线  $AE$  与平面  $DCF$  是否相交,如果相交,在图中画出交点  $H$  (不需要说明理由),并求出线段  $AH$  的长;如果不相交,求直线  $AE$  到平面  $DCF$  的距离.

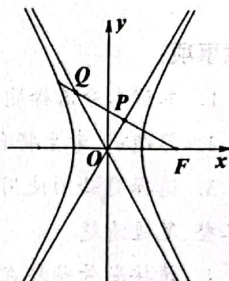


19. 在  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 满足  $(b+2a)\cos C + c\cos B = 0$ .

(1) 求  $C$ ;

(2) 若角  $C$  的平分线交  $AB$  于点  $D$ , 且  $CD=2$ , 求  $2a+b$  的最小值.

20. 如图, 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点为  $F(2, 0)$ ,  $O$  为坐标原点, 过点  $F$  作直线  $l_1$  与双曲线的渐近线交于  $P, Q$  两点, 且点  $P$  在线段  $FQ$  上,  $OP \perp PQ$ ,  $|OP| + |OQ| = \sqrt{3}|PQ|$ .



(1) 求  $C$  的方程;

(2) 设  $A_1, A_2$  是  $C$  的左、右顶点, 过点  $(\frac{1}{2}, 0)$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $M, N$  两点, 试探究直线  $A_1M$  与  $A_2N$  的交点  $S$  是否在某条定直线上, 若是, 求出该定直线方程, 若不是, 请说明理由.

21. 已知函数  $f(x) = e^x - ax^2$ .

(1)  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增, 求  $a$  的取值范围;

(2) 若  $a \leq 1$ , 证明: 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) \geq (e-2)x + a$ . (参考数据:  $\ln 2 \approx 0.69$ )

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题 10 分) 在平面直角坐标  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{t}}{1+t} \\ y = \frac{2}{1+t} \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以原点  $O$

为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\sqrt{2} \rho \cos(\theta + \frac{\pi}{4}) + m = 0$ .

(I) 写出曲线  $C$  的普通方程;

(II) 若  $l$  与  $C$  有公共点, 求  $m$  的取值范围.

23. (本小题 10 分) 已知函数  $f(x) = |x + a| + 2|x - 1|$ .

(I) 当  $a = 1$  时, 求  $f(x)$  的最小值;

(II) 对  $\forall x \in [1, 2]$ , 若正数  $a, b$  使得不等式  $f(x) > x^2 - b + 1$  恒成立, 证明:  $(a + \frac{1}{2})^2 + (b + \frac{1}{2})^2 > 2$ .

【文科数学试卷 第 4 页 (共 4 页)】

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

