

河南、河北两省重点高中 2020 届高三阶段性考试（三）

数 学（文科）

考生注意：

1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：复数，集合与常用逻辑用语，函数与导数，三角与向量，数列，不等式。

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \mid x+1 < 2\}$, $B = \{x \mid x^2 < 9\}$, 则 $A \cap B =$
A. (1, 3) B. $(-\infty, 1)$ C. (-3, 3) D. (-3, 1)
2. 复数 $z = (5+2i) - (2-i)$, 则 $|z| =$
A. 5 B. $3\sqrt{2}$ C. 18 D. 25
3. 在公比为 2 的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 前 n 项和为 S_n , 且 $S_7 - 2S_6 = 1$, 则 $a_1 + a_5 =$
A. 5 B. 9 C. 17 D. 33
4. 已知向量 $\mathbf{m} = (\lambda+1, 1)$, $\mathbf{n} = (\lambda+2, 2)$, 若 $(2\mathbf{m}+\mathbf{n}) \parallel (\mathbf{m}-2\mathbf{n})$, 则 $\lambda =$
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
5. 若 $4^m = 3^n = k$, 且 $2m+n = mn \neq 0$, 则 $k =$
A. 18 B. 26 C. 36 D. 42
6. “ $a < -1$ ” 是 “ $\exists x_0 \in R, a \sin x_0 + 1 < 0$ ” 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 函数 $f(x) = x^3 + \lg x - 18$ 的零点所在的区间为
A. (0, 1) B. (1, 2) C. (2, 3) D. (3, 4)
8. 已知函数 $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) - \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $f(x)$ 的最小正周期和最大值分别为
A. $\pi, \frac{1}{4}$ B. $\pi, \frac{1}{2}$ C. $2\pi, \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ D. $2\pi, \frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 已知 $1 < a < 2$, 实数 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 1, \\ y \leq 1, \\ \frac{|x|}{a} + \frac{|y|}{a} \leq 1, \end{cases}$ 且 $z = \frac{x}{2} + \frac{y}{4}$ 的最大值为 $\frac{5}{8}$, 则 $a =$
- A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{9}{8}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{3}{2}$
10. 已知函数 $f(x) = |\log_2 x|$, 当 $0 < m < n$ 时, $f(m) = f(n)$, 若 $f(x)$ 在 $[m^2, n]$ 上的最大值为 2, 则 $\frac{n}{m} =$
- A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. 4
11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 1, a_2 = 2$, 且 $(-1)^n (a_n - a_{n+2}) = 2 - 2 \cdot (-1)^n$, 则 S_{2019} 的值为
- A. $2018 \times 1011 - 1$ B. 2019×1010
C. $2019 \times 1011 - 1$ D. 2018×1010
12. 已知函数 $f(x) = (x^2 - a) \ln x$, 曲线 $y = f(x)$ 上存在两个不同点, 使得曲线在这两点处的切线都与 y 轴垂直, 则实数 a 的取值范围是
- A. $(-\frac{1}{e^2}, 0)$ B. $(-1, 0)$ C. $(-\frac{1}{e^2}, +\infty)$ D. $(-1, +\infty)$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 函数 $f(x) = x + \sin x (1 - \cos x)$ 的图像在点 (π, π) 处的切线方程是_____.

14. 已知 α 为第二象限角, 则 $\cos \alpha \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} + \sin^2 \alpha \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha}} =$ _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 a, b, c 成等比数列, 且 $b = a \cos C + c \sin A$, 则 $\frac{b \sin B}{c} =$ _____.

16. 正数 a, b 满足 $a > b, ab = 1$, 则 $\frac{a^3 + b^3}{a^2 - b^2}$ 的最小值为_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_2 + S_2 = -5, S_5 = -15$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+1}}$.

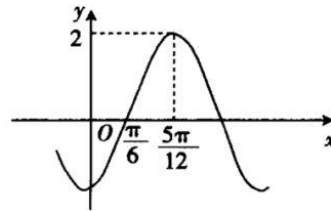
18. (12分)

已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图像如图所示.

(1) 求 $f(0)$ 的值;

(2) 求 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值;

(3) 不画图, 说明函数 $y = f(x)$ 的图像可由 $y = \sin x$ 的图像经过怎样变化得到.



19. (12分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} 4^x - 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1 - 4^{-x}, & x < 0. \end{cases}$

(1) 判断 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇偶性, 并证明之;

(2) 求不等式 $-1 < f(\log_4 x) \leq 3$ 的解集.

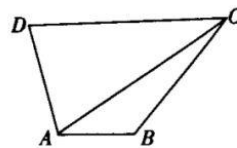
20. (12分)

如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{3} - 1, BC = \sqrt{3} + 1, CA = 3$, 且角 D 与角 B 互

补, $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = \frac{3}{2}$.

(1) 求 $\triangle ACD$ 的面积;

(2) 求 $\triangle ACD$ 的周长.



21. (12分)

设 $a \in \mathbf{R}$, 命题 p : 函数 $y = \log_a(x^3 - ax)$ ($a > 0, a \neq 1$) 在区间 $(-\frac{1}{2}, 0)$ 内单调递增;

q : 函数 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{4a}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 1$ 仅在 $x=0$ 处有极值.

(1) 若命题 q 是真命题, 求 a 的取值范围;

(2) 若命题 $p \vee (\neg q)$ 是真命题, 求 a 的取值范围.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x) < 0$ 在区间 $[-1, +\infty)$ 上有解, 求 a 的取值范围.

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：zizzsw。



微信扫一扫，快速关注