炎德·英才大联考雅礼中学2022届高三月考试卷(二)

数 学

命题人:伊 波 审题人:周芳芳

得分:____________

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共8页。时量120分钟。满分150分。

密 封 线 内 不 要 答 题

第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{0,1,3\}$, $N=\{x|x=3a,a\in M\}$,则 $M\cup N$ 等于

A. $\{0\}$　　B. $\{0,3\}$

C. $\{1,3,9\}$　　D. $\{0,1,3,9\}$

2. 设复数 z 满足 $\frac{1+z}{1-z}=\mathrm{i}$,则 $|z|$ 等于

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

3. 已知 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos\alpha=\frac{2}{5}\sqrt{5}$,则 $\tan\frac{\alpha}{2}$ 等于

A. $2-\sqrt{5}$　　B. $2+\sqrt{5}$

C. $\sqrt{5}-2$　　D. $\pm(\sqrt{5}-2)$

4. “$mn<0$”是“方程 $mx^2+ny^2=1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线”的

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 若干个人站成排,其中是互斥事件的是

A. “甲站排头”与“乙站排头”

B. “甲站排头”与“乙不站排尾”

C. “甲站排头”与“乙站排尾”

D. “甲不站排头”与“乙不站排尾”

6. 已知 $f(x)$ 为偶函数,当 $x\leqslant 0$ 时, $f(x)=\mathrm{e}^{-x-1}-x$,则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,2)$ 处的切线斜率是

A. 1　　B. 2

C. e　　D. $-\mathrm{e}^{-2}-1$

7. 函数 $f(x)=\cos(2x+\varphi)\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后得到的函数是奇函数，则关于函数 $f(x)$的图象，下列说法正确的是

A. 关于点$\left(-\frac{\pi}{3},0\right)$对称　　B. 关于直线 $x=-\frac{\pi}{6}$对称

C. 关于点$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$对称　　D. 关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$对称

8. 已知圆 $C_1:x^2+y^2=r^2$ 与圆 $C_2:(x-a)^2+(y-b)^2=4r^2(r>0)$交于不同的 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$两点，下列结论正确的有

A. $x_1+x_2=a$　　B. $y_1+y_2=2b$

C. $2ax_1+2by_1=a^2+b^2$　　D. $a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)=0$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的有

A. 式子 $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{-x-1}$ 可表示自变量为 x、因变量为 y 的函数

B. 函数 $y=f(x)$的图象与直线 $x=1$ 的交点最多有 1 个

C. 若 $f(x)=|x-1|-|x|$，则 $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right)=1$

D. $f(x)=x^2-2x$ 与 $g(t)=t^2-2t$ 是同一函数

10. 已知正三角形 ABC 的边长为 2，设$\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则下列结论正确的是

A. $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=1$　　B. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

C. $(4\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$

11. 点 P 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的侧面 CDD_1C_1 及其边界上运动，并保持 $BP\perp A_1C$，若正方体边长为 1，则 PC 的可能取值是

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

12. 若 $b>c>\frac{3}{2}$，$\frac{1}{3}<a<\frac{1}{2}$，则

A. $b\log_c a<c\log_b a$　　B. $bc^a<cb^a$

C. $b^a>c^a$　　D. $\log_b a<\log_c a$

选择题答题卡

题　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答　案												

第Ⅱ卷

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $(1+2x)^5$ 的展开式中，x^2 的系数等于________.

14. 有七名同学排队进行核酸检测，其中小王站在正中间，并且小李、小张两位同学要站在一起，则不同的排队法有________种.

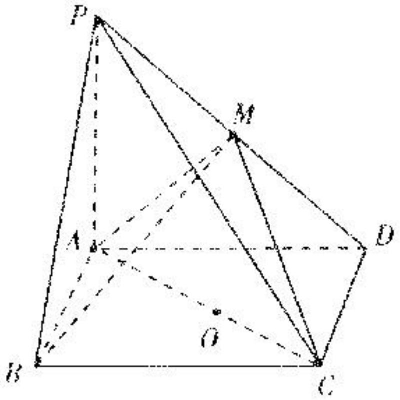
15. 把底面半径为 4 cm 的圆锥放倒在一平面上，使圆锥在此平面内绕圆锥顶点 S 滚动，当这个圆锥在平面内转回原位置时，圆锥本身滚动了 2 周，则圆锥的母线长为________cm，该圆锥内切球半径等于________cm.

16. 数列$\{a_n\}$满足：$a_n>0$，$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+1}$，$n\in\mathbf{N}^*$．若$\frac{1}{b_n}-\frac{2}{a_n}=1$，对$\forall n\in\mathbf{N}^*$，不等式$\frac{t^{2n+1}}{(1+b_1)(1+b_2)(1+b_3)\cdots(1+b_n)}-\frac{t^{2n}}{\sqrt{2+\frac{1}{b_n}}}\leqslant 0$恒成立，则实数 t 的最大值为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形. $PA\perp$平面 $ABCD$，$PA=AD=4$，$AB=2$. 以 AC 的中点 O 为球心、AC 为直径的球面交 PD 于点 M.



(1)求证：$AM\perp$平面 PCD；

(2)求直线 CD 与平面 ACM 所成的角的正弦值.

18.（本小题满分 12 分）

在锐角$\triangle ABC$中，已知$AB^2+AC^2-BC^2=6AB\cdot BC\cdot \cos B$.

(1)求证：$\tan B=3\tan A$；

(2)若$\sin C=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，求$A$的值.

19.（本小题满分 12 分）

已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n=\frac{3}{2}\cdot 3^n+b$（$b$为常数）.

(1)求b的值和数列$\{a_n\}$的通项公式；

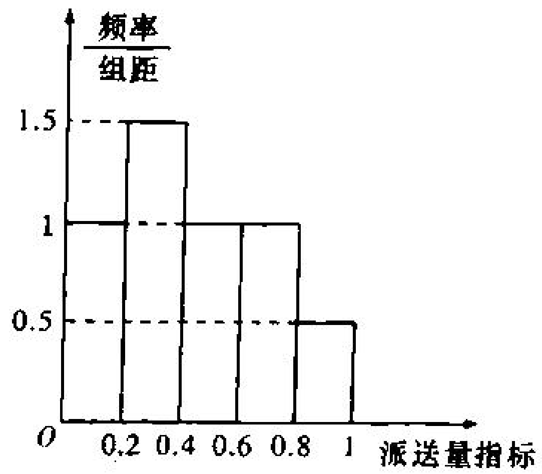
(2)记c_m为$\{a_n\}$在区间$[-3^m,3^m]$（$m\in \mathbf{N}^*$）中的项的个数，求数列$\{a_m c_m\}$的前n项和T_n.

20.(本小题满分 12 分)

小明在某物流派送公司找到了一份派送员的工作,该公司给出了两种日薪薪酬方案.甲方案:底薪 100 元,每派送一单奖励 1 元.乙方案:底薪 140 元,每日前 55 单没有奖励,超过 55 单的部分每单奖励 12 元.

(1)请分别求出甲、乙两种薪酬方案中日薪 y(单位:元)与送货单数 n 的函数关系式;

(2)根据该公司所有派送员 100 天的派送记录,发现派送员的日均派送单数满足以下条件:在这 100 天中的派送量指标满足如图所示的频率分布直方图,其中当某天的派送量指标在 $\left(\frac{2(n-1)}{10},\frac{2n}{10}\right]$ $(n=1,2,3,4,5)$ 时,日平均派送量为 $(50+2n)$ 单.



将频率视为概率,回答下列问题:

①根据以上数据,设每名派送员的日薪为 X(单位:元),试分别求出甲、乙两种方案的日薪 X 的分布列、期望及方差;

②结合①中的数据,根据统计学的思想帮助小明分析,他选择哪种薪酬方案比较合适,并说明你的理由.

(参考数据:$0.6^2=0.36$,$1.4^2=1.96$,$2.6^2=6.76$,$3.4^2=11.56$,$3.6^2=12.96$,$4.6^2=21.16$,$15.6^2=243.36$,$20.4^2=416.16$,$44.4^2=1\,971.36$)

21.（本小题满分 12 分）

已知斜率为$\sqrt{3}$的直线 l 过椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦点以及点$(0,-2\sqrt{3})$.椭圆 C 的中心关于直线 l 的对称点在直线 $x=\frac{a^2}{c}$上.

(1)求椭圆 C 的方程.

(2)过点 $E(-2,0)$的直线 m 交椭圆 C 于点 M、N，且满足$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=\frac{4\sqrt{6}}{3}\cdot\frac{1}{\tan\angle MON}$($O$ 为坐标原点)，求直线 m 的方程.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x+ax^2-ex(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a>0$ 时，设 $f(n)(n\in\mathbf{Z})$的最小值为 m，求 m；

(2)试确定 a 的取值范围，使得曲线 $y=f(x)$上存在唯一的点 P，曲线在该点处的切线与曲线只有一个公共点 P.

炎德·英才大联考雅礼中学2022届高三月考试卷(二)

数学参考答案

一、二选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	C	B	A	B	D	D	BCD	CD	BC	AC

1. D

2. A 【解析】由$\frac{1+z}{1-z}=\mathrm{i}$得$1+z=\mathrm{i}(1-z)$,

即$z=\frac{-1+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(-1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=\frac{-(1-\mathrm{i})^2}{2}=\mathrm{i}$, $|z|=1$.

3. C 【解析】方法一:$\because \sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore \tan\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\sqrt{5}-2$.

方法二:因为$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}>0$, $\cos\alpha=\frac{2}{5}\sqrt{5}>0$,所以$\alpha$的终边落在第一象限,$\frac{\alpha}{2}$的终边落在第一或第三象限,所以$\tan\frac{\alpha}{2}>0$,故$\tan\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\sqrt{\frac{1-\frac{2\sqrt{5}}{5}}{1+\frac{2\sqrt{5}}{5}}}=\sqrt{5}-2$.

4. B

5. A

6. B 【解析】设$x>0$,则$-x<0$, $f(-x)=e^{x-1}+x$. 因为$f(x)$为偶函数,所以$f(x)=e^{x-1}+x$, $f'(x)=e^{x-1}+1$, $f'(1)=2$,即所求的切线斜率为2.

7. D 【解析】将函数$f(x)=\cos(2x+\varphi)\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后,可得$y=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}+\varphi\right)$的图象,根据得到的函数是奇函数,可得$-\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}$, $k\in\mathbf{Z}$,又$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$,所以$\varphi=-\frac{\pi}{6}$,所以$f(x)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$.

令$x=-\frac{\pi}{3}$,求得$f(x)=\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$,故A不正确.

令$x=-\frac{\pi}{6}$,求得$f(x)=\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)=0$,故B不正确. 令$x=\frac{\pi}{12}$,求得$f(x)=\cos 0=1$,为函数的最大值,故C不正确,D正确.

8. D 【解析】A、B 显然错误. 两圆方程相减可得直线 AB 的方程为 $a^2+b^2-2ax-2by=3r^2$，即 $2ax+2by=a^2+b^2-3r^2$，故 C 不正确；线段 AB 与线段 C_1C_2 互相垂直，所以 $a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)=0$，故 D 正确.

9. BCD

10. CD 【解析】分析知 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是 $120°$，故 B 结论错误；

$\because (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}|^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=3$，

$\therefore |\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$，故 A 结论错误；

$\because (4\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=4\times1\times2\times\cos 120°+4=0$，

$\therefore (4\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，故 C 结论正确；

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1\times2\times\cos 120°=-1$，故 D 结论正确.

11. BC 【解析】点 P 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的侧面 CDD_1C_1 及其边界上运动，并保持 $BP\perp A_1C$，由三垂线定理可得：$A_1C\perp$ 平面 BDC_1，可得动点 P 的轨迹为线段 C_1D.

正方体边长为 1，可得点 C 到线段 C_1D 的距离为 $d=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

则 $|CP|\in[d,C_1C]=\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$. 故选：BC.

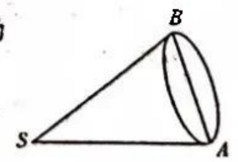
12. AC 【解析】对于 A 选项，因为 $b^b>c^c>1$，$\frac{1}{3}<a<\frac{1}{2}$，则 $\log_a b^b<\log_a c^c$，从而 $b\log_a b<c\log_a c$，即 $b\log_c a<c\log_b a$.

三、填空题

13. 40

14. 192 【解析】当小李和小张在小王的左侧时，共有 $A_2^2C_4^1A_2^2A_3^3=96$(种)排列方法，同理，当小李和小张在小王的右侧时也有 96 种排列方法，所以共有 192 种排列方法.

15. 8 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 【解析】设圆锥的母线长为 l，如图，以 S 为圆心，SA 为半径的圆的面积 $S=\pi l^2$.



又圆锥的侧面积 $S_{圆锥侧}=\pi rl=4\pi l$.

根据圆锥在平面内转到原位置时，圆锥本身滚动了 2 周，

$\therefore \pi l^2=2\times4\pi l$，$\therefore l=8$ cm.

将求圆锥内切球半径转化为求圆锥轴截面三角形的内切圆半径，容易求得半径为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

16. $\frac{4\sqrt{5}}{15}$ 【解析】$a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+1}$，$\therefore \frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=1$，

$\therefore$ 数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是首项 $\frac{1}{a_1}=1$，公差 $d=1$ 的等差数列，$\frac{1}{a_n}=1+(n-1)=n$，$\therefore a_n=\frac{1}{n}$. $\therefore b_n=\frac{1}{2n+1}$，

当 $t=0$ 时，显然符合题意，

当 $t\neq0$ 时，

由已知得 $t\leqslant\dfrac{\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{2n+1}\right)}{\sqrt{2n+3}}$.

设 $c_n=\dfrac{\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{2n+1}\right)}{\sqrt{2n+3}}$，则 $\dfrac{c_{n+1}}{c_n}=\dfrac{2n+4}{\sqrt{2n+3}\cdot\sqrt{2n+5}}>1$，所以数列 $\{c_n\}$ 递增，

$\therefore c_n$ 的最小值为 $c_1=\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$，$\therefore$ 只需 $t\leqslant\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$.

四、解答题

17.【解析】(1)方法一：依题设知，AC 是所作球面的直径，则 $AM\perp MC$.

又因为 $PA\perp$ 平面 $ABCD$，则 $PA\perp CD$，又 $CD\perp AD$，$PA\cap AD=A$，PA、$AD\subset$ 平面 PAD，

所以 $CD\perp$ 平面 PAD， ………………………………………………………………（2 分）

则 $CD\perp AM$，由 $AM\perp MC$，$CD\cap MC=C$，CD、$MC\subset$ 平面 PCD，

所以 $AM\perp$ 平面 PCD. ………………………………………………………………（5 分）

方法二：建系证明.

(2)方法一：由(1)知，$AM\perp PD$，又 $PA=AD$，则 M 是 PD 的中点可得

$AM=2\sqrt{2}$，$MC=\sqrt{MD^2+CD^2}=2\sqrt{3}$，

则 $S_{\triangle ACM}=\dfrac{1}{2}AM\cdot MC=2\sqrt{6}$. ………………………………………………（7 分）

设 D 到平面 ACM 的距离为 h，由 $V_{D-ACM}=V_{M-ACD}$，即 $2\sqrt{6}h=8$，

可求得 $h=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$， ………………………………………………………………（8 分）

设所求角为 θ，则 $\sin\theta=\dfrac{h}{CD}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. ……………………………………………（10 分）

方法二：由(1)知，平面 $ACM\perp$ 平面 PCD，过 D 作 $DT\perp CM$，垂足为 T，由面面垂直性质定理知 $DT\perp$ 平面 ACM， ………………………………………………………………（7 分）

所以 $\angle DCM$ 即为直线 CD 与平面 ACM 所成的角， ……………………………（8 分）

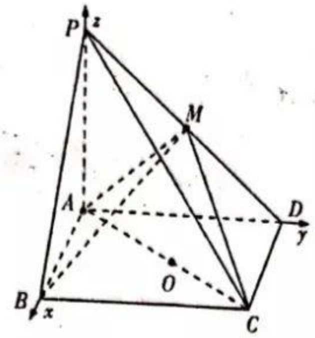
易求得其正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. ………………………………………………………………（10 分）

方法三：

如图所示，建立空间直角坐标系，则 $A(0,0,0)$，$P(0,0,4)$，$B(2,0,0)$，$C(2,4,0)$，$D(0,4,0)$，$M(0,2,2)$； ………………………………………………………………（6 分）

设平面 ACM 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，由 $\boldsymbol{n}\perp\overrightarrow{AC}$，$\boldsymbol{n}\perp\overrightarrow{AM}$ 可得：$\begin{cases}2x+4y=0,\\2y+2z=0,\end{cases}$ 令 $z=1$，则 $\boldsymbol{n}=(2,-1,1)$. ………………………………………………………………（8 分）

设所求角为 α，则 $\sin\alpha=\left|\dfrac{\overrightarrow{CD}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{CD}|\cdot|\boldsymbol{n}|}\right|=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.



所以所求角的正弦值大小为$\frac{\sqrt{6}}{3}$. …………(10分)

18.【解析】(1)由$AB^2+AC^2-BC^2=6AB\cdot BC\cdot\cos B$得$AC\cdot\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}=3\cdot BC\cdot\cos B$,

$\therefore AC\cdot\cos A=3BC\cdot\cos B$, …………(3分)

由正弦定理,得$\frac{AC}{\sin B}=\frac{BC}{\sin A}$,$\therefore\sin B\cdot\cos A=3\sin A\cdot\cos B$. …………(5分)

又$\because 0<A<\frac{\pi}{2}$,$0<B<\frac{\pi}{2}$,$\therefore\cos A>0$,$\cos B>0$. $\therefore\frac{\sin B}{\cos B}=3\cdot\frac{\sin A}{\cos A}$,即$\tan B=3\tan A$. …………(6分)

(2)$\because\sin C=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,$\triangle ABC$为锐角三角形,则$\cos C=\frac{\sqrt{5}}{5}$,$\therefore\tan C=2$. …………(8分)

$\therefore\tan[\pi-(A+B)]=2$,即$\tan(A+B)=-2$. $\therefore\frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\cdot\tan B}=-2$. …………(10分)

由(1)得$\frac{4\tan A}{1-3\tan^2 A}=-2$,解得$\tan A=1$或$\tan A=-\frac{1}{3}$. …………(11分)

$\because\cos A>0$,$\therefore\tan A=1$,$\therefore A=\frac{\pi}{4}$. …………(12分)

19.【解析】(1)$b=-\frac{3}{2}$, …………(3分)

$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=3^n$,$n\in\mathbf{N}^*$. …………(5分)

(2)数列$\{a_n\}$在区间$[-3^m,3^m]$($m\in\mathbf{N}^*$)中的项的个数为m,则$c_m=m$, …………(7分)

所以$T_n=1\cdot3^1+2\cdot3^2+\cdots+n\cdot3^n$,

$3T_n=1\cdot3^2+2\cdot3^3+\cdots+n\cdot3^{n+1}$, …………(9分)

两式相减得$-2T_n=3^1+3^2+\cdots+3^n-n\cdot3^{n+1}=\frac{1-2n}{2}\cdot3^{n+1}-\frac{3}{2}$, …………(11分)

所以$T_n=\frac{2n-1}{4}\cdot3^{n+1}+\frac{3}{4}$. …………(12分)

20.【解析】(1)甲方案:派送员日薪y(单位:元)与送货单数n的函数关系式为$y=100+n$,$n\in\mathbf{N}^*$. …………(2分)

乙方案:派送员日薪y(单位:元)与送货单数n的函数关系式为$y=\begin{cases}140, n\leqslant55, n\in\mathbf{N},\\12n-520, n>55, n\in\mathbf{N}.\end{cases}$ …………(4分)

(2)①由已知，在这100天中该公司派送员日平均派送单数满足如下表格：

单数	52	54	56	58	60
频率	0.2	0.3	0.2	0.2	0.1

所以$X_甲$的分布列为

$X_甲$	152	154	156	158	160
P	0.2	0.3	0.2	0.2	0.1

所以$E(X_甲)=152\times0.2+154\times0.3+156\times0.2+158\times0.2+160\times0.1=155.4$，…… (5分)
$D(X_甲)=0.2\times(152-155.4)^2+0.3\times(154-155.4)^2+0.2\times(156-155.4)^2+0.2\times(158-155.4)^2+0.1\times(160-155.4)^2=6.44$. ………………………… (7分)
$X_乙$的分布列为

$X_乙$	140	152	176	200
P	0.5	0.2	0.2	0.1

所以$E(X_乙)=140\times0.5+152\times0.2+176\times0.2+200\times0.1=155.6$，………………… (8分)
$D(X_乙)=0.5\times(140-155.6)^2+0.2\times(152-155.6)^2+0.2\times(176-155.6)^2+0.1\times(200-155.6)^2=404.64$. ………………………… (10分)
②答案一：
由以上的计算结果可知，虽然$E(X_甲)<E(X_乙)$，但两者相差不大，且$D(X_甲)$远小于$D(X_乙)$，即甲方案日薪波动相对较小，所以小明应选择甲方案. ………………………… (12分)
答案二：
由以上的计算结果可以看出，$E(X_甲)<E(X_乙)$，即甲方案日薪期望小于乙方案日薪期望，所以小明应选择乙方案. ………………………… (12分)

21.【解析】(1)直线l：$y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3}$①，过原点垂直于l的直线方程为$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$②，
联立①②解得$x=\frac{3}{2}$，∵椭圆中心$O(0,0)$关于直线l的对称点在直线$x=\frac{a^2}{c}$上，
$\therefore\frac{a^2}{c}=2\times\frac{3}{2}=3$，………………………… (2分)
∵直线l过椭圆焦点，∴该焦点坐标为$(2,0)$，$\therefore c=2$，$a^2=6$，$b^2=2$，
故椭圆C的方程为$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$. ③………………………… (4分)
(2)当直线m的斜率存在时，设m：$y=k(x+2)$，代入③并整理得
$(3k^2+1)x^2+12k^2x+12k^2-6=0$，设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，
则$x_1+x_2=-\frac{12k^2}{3k^2+1}$，$x_1\cdot x_2=\frac{12k^2-6}{3k^2+1}$. ………………………… (5分)
$\therefore|MN|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{2\sqrt{6}(1+k^2)}{3k^2+1}$，……… (7分)

点 O 到直线 m 的距离 $d=\frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}}$.

$\because \overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=\frac{4}{3}\sqrt{6}\frac{1}{\tan\angle MON}$，即 $|\overrightarrow{OM}|\cdot|\overrightarrow{ON}|\cos\angle MON=\frac{4}{3}\sqrt{6}\cdot\frac{\cos\angle MON}{\sin\angle MON}$，

又由 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}\neq 0$，得，$\cos\angle MON\neq 0$，

$\therefore |\overrightarrow{OM}|\cdot|\overrightarrow{ON}|\sin\angle MON=\frac{4}{3}\sqrt{6}\Rightarrow S_{\triangle OMN}=\frac{2}{3}\sqrt{6}$，……………………………… (9分)

而 $S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}|MN|\cdot d$，$\therefore |MN|\cdot d=\frac{4}{3}\sqrt{6}$，即 $\frac{2\sqrt{6}(1+k^2)}{3k^2+1}\cdot\frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{4}{3}\sqrt{6}$，

解得 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$，此时 m：$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}(x+2)$. ……………………………… (11分)

当直线 m 的斜率不存在时，m：$x=-2$，也有 $S_{\triangle OMN}=\frac{2}{3}\sqrt{6}$，

经检验，上述直线 m 均满足 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}\neq 0$，

故直线 m 的方程为 $x\pm\sqrt{3}y+2=0$ 或 $x=-2$. ……………………………… (12分)

22.【解析】(1) $\because a>0$，$\therefore f'(x)=e^x+2ax-e$ 在 R 上单调递增，……………………………… (1分)

由 $f'(0)=1-e<0$，$f'(1)=2a>0$，知存在 $x_0\in(0,1)$，使 $f'(x_0)=0$，……………… (2分)

故 $f(x)$ 在 $(-\infty,x_0)$ 单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 单调递增，……………………………… (3分)

故 $m=\min\{f(0),f(1)\}=\begin{cases}1, a>1,\\ a, 0<a\leqslant 1.\end{cases}$ ……………………………… (5分)

(2)设切点 $P(x_0,y_0)$，则切线 $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$，……………………………… (6分)

令 $g(x)=f(x)-f'(x_0)(x-x_0)-f(x_0)$，则 $g(x_0)=0$，由题意知有唯一的 $P(x_0,y_0)$，使得函数 $g(x)$ 只有一个零点 $x=x_0$. ……………………………… (7分)

$g'(x)=f'(x)-f'(x_0)=e^x-e^{x_0}+2a(x-x_0)$，$g'(x_0)=0$. ……………………………… (8分)

当 $a\geqslant 0$ 时，易知 $g(x)$ 在 $(-\infty,x_0)$ 单调递减，$(x_0,+\infty)$ 单调递增，$g(x)\geqslant g(x_0)=0$.

则对任意一点 $P(x_0,y_0)$，曲线在该点处的切线与曲线只有一个公共点 P，不合题意；……………………………… (9分)

当 $a<0$ 时，由 $g''(x)=e^x+2a=0\Rightarrow x_1=\ln(-2a)$.

则 $g'(x)$ 在 $(-\infty,x_1)$ 单调递减，$(x_1,+\infty)$ 单调递增. 且 $x\to\pm\infty$ 时，$g'(x)\to+\infty$（可证 $x\to+\infty$，$e^x>x^2$）.

若 $x_0<x_1$，则存在 $x_2>x_1$，$g'(x_2)=0$，则 $g(x)$ 在 $(-\infty,x_0)$ 单调递增，(x_0,x_2) 单调递减，$(x_2,+\infty)$ 单调递增，由 $x\to-\infty$ 时，$g(x)\to-\infty$，$x\to+\infty$ 时，$g(x)\to+\infty$，（可证 $x\to+\infty$，$e^x>x^3$）

此时 $g(x)$ 有两个零点；

同理可证 $x_0>x_1$ 时，$g(x)$ 有两个零点. ……………………………… (11分)

当 $x_0=x_1$ 时，$g'(x)\geqslant 0\Rightarrow g(x)\nearrow$，$g(x)$ 恰有1个零点.

则有唯一一点 $P(x_1,y_1)$，使曲线在该点处的切线与曲线只有一个公共点，符合题意.

综上，$a<0$. ……………………………… (12分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。