

成都七中 2023 届高三上期入学考试数学试卷 (文科)
考试时间: 120 分钟 总分: 150 分

一. 选择题 (每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合要求, 把答案涂在答题卡上.)

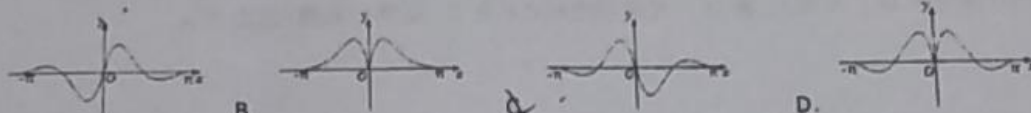
1. 已知集合 $M = \{y | y = \sin x, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, 则 ()

- A. $(-1, 1]$ B. $(-1, 2)$ C. $(-1, 1)$ D. $(-1, 1)$

2. 设 i 为虚数单位, 若复数 $(1+i)(1+ai)$ 是纯虚数, 则实数 $a =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 函数 $y = \frac{\sin |2x|}{x^2 + 1}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为 ()



4. 已知 $A(-\sqrt{3}, 0), B(\sqrt{3}, 0), C(0, 3)$, 则 $\triangle ABC$ 外接圆的方程为 ()

- A. $(x-1)^2 + y^2 = 2$ B. $(x-1)^2 + y^2 = 4$ C. $x^2 + (y-1)^2 = 2$ D. $x^2 + (y-1)^2 = 4$

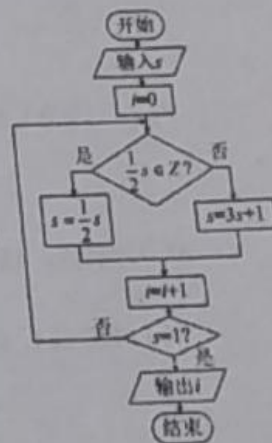
5. 已知一个半径为 4 的扇形圆心角为 $\theta (0 < \theta < 2\pi)$, 面积为 2π , 若 $\tan(\theta + \varphi) = 3$, 则 $\tan \varphi =$ ()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

6. 考拉兹猜想是引人注目的数学难题之一, 由德国数学家洛塔尔·考拉兹在 20 世纪 30 年代提出, 其内容是: 任意给定正整数 s , 如果 s 是奇数, 则将其乘 3 加 1; 如果 s 是偶数, 则将其除以 2, 所得的数再次重复上面步骤, 最终都能够得到 1. 下边的程序框图演示了

考拉兹猜想的变换过程. 若输入 s 的值为 5, 则输出 i 的值为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7



7. 设一组样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_{2022}$ 的平均数为 100, 方差为 10, 则 $0.1x_1 + 1, 0.1x_2 + 1, \dots, 0.1x_{2022} + 1$ 的平均数和方差分别为 ()

- A. 10, 1 B. 10, 0.1 C. 11, 1 D. 11, 0.1

8. 设 l, m, n 表示直线, α, β 表示平面, 使 " $l \perp \alpha$ " 成立的充分条件是 (D)

A. $\alpha \perp \beta, l \parallel \beta$

B. $\alpha \perp \beta, l \subset \beta$

C. $l \parallel n, n \perp \alpha$

D. $m \subset \alpha, n \subset \alpha, l \perp m, l \perp n$

9. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 3, S_3 = 13$, 则 a_3 为 (A)

A. 1 或 9

B. 1

C. 9

D. 3

10. 设函数 $f(x)$ 定义域为 \mathbb{R} , $f(x-1)$ 为奇函数, $f(x+1)$ 为偶函数, 当 $x \in (-1, 1)$ 时, $f(x) = -x^2 + 1$.

则下列结论错误的是 (C)

A. $f\left(\frac{7}{2}\right) = -\frac{3}{4}$

B. $f(x+7)$ 为奇函数

C. $f(x)$ 在 $(6, 8)$ 上为减函数

D. $f(x)$ 的一个周期为 8

11. 已知 F 是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点, 经过原点 O 的直线 l 与椭圆 E 交于 P, Q 两点, 若

$|PF| = 5|QF|$ 且 $\angle PFQ = 120^\circ$, 则椭圆 E 的离心率为 (C)

A. $\frac{\sqrt{7}}{6}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{\sqrt{21}}{6}$

D. $\frac{\sqrt{21}}{5}$

12. 已知函数 $f(x) = x(e^x + 1), g(x) = (x+1)\ln x$, 若 $f(x_1) = g(x_2) > 0$, 则 $\frac{x_2}{x_1}$ 可取 (A)

A. e^2

B. 2

C. \sqrt{e}

D. 1

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中的横线上.

13. 已知 $\vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (\lambda, 3), (2\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{a}$, 则 $\lambda = 4$

14. 如图一个正六棱柱的茶叶盒, 底面边长为 10cm, 高为 20cm, 则这个茶叶盒的表面积为 $1200 + 200\sqrt{3}$ cm².



15. 已知抛物线 $E: x^2 = 4y$ 的准线交 y 轴于点 M , 过点 M 作斜率为 $k (k > 0)$ 的直线 l 交 E 于 A, B 两点且 $\overline{MA} = 2\overline{MB}$, 则直线 l 的斜率是 $\frac{2}{4}\sqrt{2}$.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 已知 $b \cos C + c \cos B = 3a \cos A$, 若 S 为 $\triangle ABC$ 面积, 则 $\frac{a^2}{S}$ 的最小值为 _____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知公差 d 不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_3 = 6$, $\frac{S_3}{S_6} = \frac{1}{3}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 若数列 $b_n = 2^n$, $c_n = a_n + b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分) 随着飞盘运动在网络上火爆起来后, 一些年轻人的热情被点燃. 正值暑假期间, 飞盘运动迎来了众多的青少年. 某飞盘运动俱乐部为了了解中学生对飞盘运动是否有兴趣, 从某中学随机抽取男生和女生各 50 人进行调查, 对飞盘运动有兴趣的人数占总人数的 $\frac{3}{4}$, 女生中有 5 人对飞盘运动没有兴趣.

(1) 完成下面 2×2 列联表, 并判断是否有 99.9% 把握认为对飞盘运动是否有兴趣与性别有关?

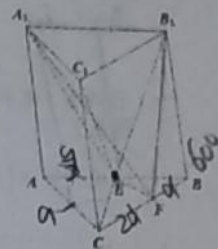
	有兴趣	没有兴趣	合计
男			
女			
合计			

(2) 按性别用分层抽样的方法从对飞盘运动有兴趣的学生中抽取 5 人, 若从这 5 人中随机选出 2 人作为飞盘运动的宣传员, 求选出的 2 人中至少有一位是女生的概率.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

19. (12分) 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 点 E 为 AB 的中点, 点 F 在 BC 上, 且 $AC=BC=3BF$.



(1) 证明: 平面 $A_1B_1F \perp$ 平面 CC_1E ;

(2) 若 $\angle ABC = 60^\circ$, $AA_1 = 2AB$, 且三棱锥 $E-A_1B_1F$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{9}$, 求 AB .

20. (12分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长是短轴长的两倍, 且过点 $(-\sqrt{3}, \frac{1}{2})$.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 设椭圆 E 的下顶点为点 A , 若不过点 A 且不垂直于坐标轴的直线 l 交椭圆 E 于 P, Q 两点, 直线 AP, AQ 分别与 x 轴交于 M, N 两点. 若 M, N 的横坐标之积是 2, 证明: 直线 l 过定点.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x$, $g(x) = \sin x + \cos x$

(1) 已知 $f(x) \geq ax + 1$ 恒成立, 求 a 的值;

(2) 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) + g(x) - 2 - ax \geq 0 (a \in \mathbf{R})$, 求 a 的取值范围.

22. (10分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 设曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + \frac{1}{2}t, \\ y = -1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t. \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原

点 O 为极点, 以 x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 设曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = a \cos \theta (a > 0)$.

(1) 求曲线 C_1 的普通方程; (2) 若曲线 C_2 上恰有三个点到曲线 C_1 的距离为 $\frac{1}{2}$, 求实数 a 的值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线