

2023 届高三一轮复习联考(二) 全国卷  
文科数学试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟, 满分 150 分

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数  $z = -\sqrt{2} + i$ , 则  $\frac{z+i}{z \cdot z+1} =$

- A.  $\frac{1}{2}i$                       B.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$                       C.  $-i$                       D.  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

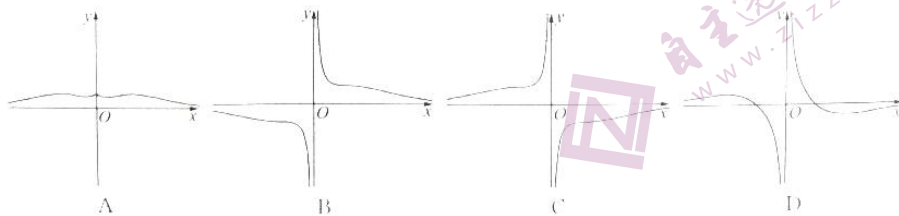
2. 已知集合  $A = \{x | x - 2 \leq 0\}$ , 集合  $B = \{0, 1, 2, 3\}$ , 集合  $C = \{x | -1 < x < 1\}$ , 则  $(A \cap B) \cup C =$

- A.  $(-1, 1]$                       B.  $(-1, 1] \cup [2, 3]$   
C.  $(-1, 2]$                       D.  $(0, 3]$

3. 已知数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  均为公差不为 0 的等差数列, 且满足  $a_1 = b_1, a_2 = b_2$ , 则  $\frac{a_3 - a_1}{b_3 - b_1} =$

- A. 2                      B. 1                      C.  $\frac{3}{2}$                       D. 3

4. 函数  $f(x) = \frac{2^x(x^2 - |x| + 2)}{4^x - 1}$  的部分图象大致是



5. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + 3y \geq 7, \\ 3x - 2y \leq 1, \\ 3x - 2y \geq -1, \end{cases}$  则  $z = y - 3x$  的最大值为

- A.  $-\frac{43}{11}$                       B.  $-\frac{3}{2}$                       C.  $-1$                       D.  $-\frac{31}{11}$

6. 记  $S_n$  为各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $S_3 = \frac{7}{8}, a_3 = \frac{1}{2}$ , 则  $a_1 =$

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{8}$                       C. 1                      D. 2

7. 在  $\triangle ABC$  中, 点  $F$  为  $AB$  的中点,  $\vec{AE} = 2\vec{EC}$ ,  $BE$  与  $CF$  交于点  $P$ , 且满足  $\vec{BP} = \lambda \vec{BE}$ , 则  $\lambda$  的值为

- A.  $\frac{3}{5}$                       B.  $\frac{4}{7}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{2}{3}$

8. 天才引导的过程——《数学中的伟大定理》的作者威廉·邓纳姆曾写道:“如果你想做加法你需要 0, 如果你想做乘法你需要 1, 如果你想做微积分你需要  $e$ , 如果你想做几何你需要  $\pi$ , 如果你想做复分析你需要  $i$ , 这是数学的梦之队, 他们都在这个方程里。”这里指的方程就是:  $e^{iy} = e^{i(\cos y + i \sin y)}$ . 令  $x=0, y=\pi$ , 则  $e^{i\pi} = -1$ , 令  $x=0, y=n\pi$ , 则  $e^{in\pi} = \cos n\pi + i \sin n\pi$ . 若数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n = e^{in\pi}$ ,  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 则下列结论正确的个数是

- ①  $\{a_n\}$  是等比数列    ②  $a_{2n} = a_n^2$     ③  $S_{21} = 1$     ④  $a_{n+2} = a_n$   
A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

9. 已知点  $O$  为  $\triangle ABC$  的外心,  $2\vec{OA} + 3\vec{OB} + 4\vec{OC} = \vec{0}$ ,  $\triangle ABC$  的外接圆的半径为 1, 则  $\vec{OA}$  与  $\vec{OB}$  的夹角的正弦值为

- A.  $\frac{\sqrt{7}}{4}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $-\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{\sqrt{15}}{8}$

10. 已知函数  $f(x) = x^3 - 2x$ , 若过点  $A(2, a)$  能作三条直线与  $f(x)$  的图象相切, 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $[-4, 4]$                       B.  $[4, +\infty)$                       C.  $(-\infty, 4)$                       D.  $(-4, 4)$

11. 设  $a = \ln \frac{2023}{2022}, b = \frac{1}{2022}, c = e^{-\frac{1}{2022}}$ , 则

- A.  $a < c < b$                       B.  $b < a < c$                       C.  $b < c < a$                       D.  $a < b < c$

12. 已知  $y = f(x)$  是定义域为  $\mathbf{R}$  的奇函数, 若  $y = f(x+1)$  的最小正周期为 2, 则下列说法一定正确的是

- A.  $f(x+1) = f(-x+1)$                       B. 1 是  $f(x)$  的一个周期  
C.  $f(1) - f(-1) = 0$                       D.  $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) = 1$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若向量  $a, b$  满足  $|b| = 2, |a+2b| = 1, a$  与  $a+b$  垂直, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

14. 若  $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  的图象向右平移  $\varphi$  ( $\varphi > 0$ ) 个单位长度得到  $y = \cos 2x$  的图象, 则  $\varphi$  的值可以是 \_\_\_\_\_ (写出满足条件的一个值即可)

15. 已知点  $P(m, n)$  是函数  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  图象上的点, 当  $m = 1$  时,  $2m + n$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

16. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $\frac{1}{\tan B} + \frac{1}{\tan C} = \frac{3}{bc \cdot \sin A}$ , 且  $\sin(C - B) = \frac{1}{2} \sin A$ , 则  $c^2 - b^2 =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:60 分。

17.(12 分)已知公比的绝对值大于 1 的等比数列  $\{a_n\}$  中的前三项恰为  $-32, -2, 3, 8$  中的三个数,  $S_n$  为数列  $\{(2n+1)a_n\}$  的前  $n$  项和。

- (1)求  $a_n$ ;  
(2)求  $S_n$ 。

18.(12 分)已知  $a = (\sqrt{2}, 2\cos \theta)$ ,  $b = \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\cos^2 \theta - \frac{\sqrt{6}}{2}\sin^2 \theta, \sin \theta\right)$ ,  $c = (-3, 4)$ 。

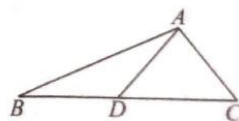
- (1)若  $a$  与  $c$  的夹角为钝角,  $\theta \in (0, \pi)$ , 求  $\cos \theta$  的取值范围;  
(2)若函数  $f(\theta) = a \cdot b - 1$  在  $\theta \in [0, m]$  上有 10 个零点, 求  $m$  的取值范围。

19.(12 分)已知数列  $\{a_n\}$  满足,  $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1, & n \text{ 为奇数时,} \\ a_n - 2, & n \text{ 为偶数时,} \end{cases} a_1 = 1$ 。

- (1)若数列  $\{b_n\}$  为数列  $\{a_n\}$  的奇数项组成的数列,  $\{c_n\}$  为数列  $\{a_n\}$  的偶数项组成的数列, 求出  $c_1, c_2, c_3$ , 并证明: 数列  $\{b_n\}$  为等差数列;  
(2)求数列  $\{a_n\}$  的前 10 项和。

20.(12 分)如图,  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  为边  $BC$  上一点, 且满足  $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}$ 。

- (1)证明:  $\sin \angle BAC = \sin \angle DAC$ ;  
(2)若  $AB = 2, AC = 1, BC = \sqrt{7}$ , 求  $\triangle ABD$  的面积。



21. (12分) 已知函数  $f(x) = e^x [x^2 + (a+2)x + a + 4]$  有两个极值点  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ ,

- (1) 若  $0 < x_1 < x_2$ , 求  $a$  的取值范围;  
 (2) 当  $a > 4$  时, 求  $f(x_1) \cdot f(x_2)$  的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = t - 1 \end{cases}$  ( $t$  为参数), 曲线  $C_2$  的参数方程为

$$\begin{cases} x = 5 + \cos \theta \\ y = -2 + \sin \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数})$$

- (1) 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求曲线  $C_2$  的极坐标方程与  $C_1$  的普通方程;  
 (2) 若  $A, B$  分别为曲线  $C_1, C_2$  上的动点, 求  $|AB|$  的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = |x+2| + |x-n|$ .

- (1) 若对  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq 2$  恒成立, 求实数  $n$  的取值范围;  
 (2) 若  $f(x)$  的最小值为 4, 且正数  $a, b, c$  满足  $a+2b+c=n$ , 求  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  的最小值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线