



河北省高三年级上学期 12 月联考 数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | 3 < x < 9\}$, $B = \{x | x^2 - 6x - 7 \leq 0\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$
 A. (5, 7) B. (7, 9) C. (3, 7) D. $(-1, 3) \cup (7, 9)$
2. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 若 $a + 4i$ 与 $3 - bi$ 互为共轭复数, 则 $|a + bi| =$
 A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
3. 已知 $3\sin^2\theta + 5\sin\theta - 2 = 0$, 则 $\cos 2\theta =$
 A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{8}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$
4. 某学习小组共有 20 人, 在一次数学测试中, 得 100 分的有 2 人, 得 95 分的有 4 人, 得 90 分的有 5 人, 得 85 分的有 3 人, 得 80 分的有 5 人, 得 75 分的有 1 人, 则这个学习小组成员该次数学测试成绩的第 70 百分位数是
 A. 82.5 B. 85 C. 90 D. 92.5
5. 下列函数中, 在定义域内既是奇函数又单调递增的是
 A. $f(x) = \sin x - x^2$ B. $f(x) = \ln(2-x) - \ln(x+2)$
 C. $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ D. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
6. 若 P 是一个质数, 则像 $2^P - 1$ 这样的正整数被称为梅森数, 从 50 以内的所有质数中任取两个数, 则这两个数都为梅森数的概率为
 A. $\frac{1}{35}$ B. $\frac{3}{35}$ C. $\frac{3}{25}$ D. $\frac{1}{5}$
7. 已知函数 $f(x) = |\ln(x+1)| + \frac{2}{x+1}$, 则
 A. $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点 B. $x=1$ 是 $f(x)$ 的极大值点
 C. $f(x)$ 的最小值为 $1 + \ln 2$ D. $f(x)$ 的最大值为 3
8. 已知双曲线 $C: x^2 - y^2 = 2$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在 C 的右支上且在第一象限, 线段 PF_1 的中点 Q 在 C 的渐近线上, 则点 P 的坐标为
 A. $(\sqrt{3}, 1)$ B. $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ C. $(\sqrt{6}, 2)$ D. $(\frac{\sqrt{10}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

四、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 已知 $c \sin A \cos B = \frac{4}{5} a \sin C$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 9.

(1) 求 $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$;

(2) 若 $c = \frac{6}{5}a$, 求 b .

18. (12 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_n = 2a_n - 1$. $\{b_n\}$ 为等差数列, $b_3 = a_1 + 6$, $b_1 + b_3 = 10$.

(1) 求 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

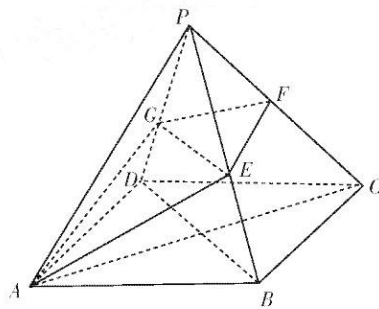
(2) 设 $c_n = a_n b_n$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_n .

19. (12 分)

已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为正方形, $PB = PD$, F 为棱 PC 上的点, 过 AF 的平面分别交 PB, PD 于点 E, G , 且 $BD \parallel$ 平面 $AEFG$.

(1) 证明: $EG \perp$ 平面 PAC .

(2) 若 F 为 PC 的中点, $PA = PC = AB$, 求直线 PB 与平面 $AEFG$ 所成角的正弦值.



20. (12分)

甲、乙两家公司生产同一种零件,其员工的日工资方案如下:甲公司,底薪 140 元,另外每生产一个零件的工资为 2 元;乙公司,无底薪,生产 42 个零件以内(含 42 个)的员工每个零件 4 元,超出 42 个的部分每个 5 元.假设同一公司的员工一天生产的零件个数相同,现从这两家公司各随机选取一名员工,并分别记录其 30 天生产的零件个数,得到如下频数表:

甲公司一名员工生产零件个数频数表

生产零件个数	38	39	40	41	42
天数	5	9	5	6	5

乙公司一名员工生产零件个数频数表

生产零件个数	40	41	42	43	44
天数	3	9	6	9	3

若将频率视为概率,回答以下问题.

- (1) 现从记录甲公司某员工 30 天生产的零件个数中随机抽取 3 天的个数,求这 3 天生产的零件个数都不高于 39 的概率;
- (2) 小明打算到甲、乙两家公司中的一家应聘生产零件的工作,如果仅从日工资的角度考虑,请利用所学的统计学知识为小明做出选择,并说明理由.

21. (12分)

已知椭圆 C 的右焦点与抛物线 $E: y^2 = 8x$ 的焦点 F 重合,且椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程.
- (2) 过点 F 的直线 l 交椭圆 C 于 M, N 两点,交抛物线 E 于 P, Q 两点,是否存在实数 λ ,使得 $\frac{\lambda}{|MN|} - \frac{2}{|PQ|}$ 为定值? 若存在,求出这个定值和 λ 的值;若不存在,说明理由.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^{ax} - \frac{1}{2}ax^2 - x - 1$.

- (1) 当 $a \geq 1$ 时,证明:对任意的 $x \geq 0$,都有 $f(x) \geq 0$.
- (2) 证明: $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} > 2\ln(n+1) - n\ln 2 (k \in \mathbf{N}^*, n \in \mathbf{N}^*)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线