

绝密★启用前

2022—2023 学年高三 5 月高考适应性大练兵联考
数学文科

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡上,并将准考证号条形码贴在答题卡指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

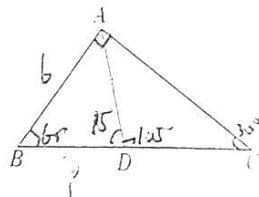
1. 设集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | y = \sqrt{2-x}\}$, $B = \{1, 3\}$, 则 $A \cup B =$
A. $\{0, 1, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{1, 3\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$
2. 已知 i 为虚数单位,若复数 $z = \frac{4-i}{2+i}$, 则 z 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n^2 = a_n a_{n-2}$, 若 $a_2 = 2, a_8 = 8$, 则 $a_5 =$
A. -4 B. ± 4 C. 4 D. 5
4. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbb{R}, \sin x > \frac{1}{2023}$; 命题 $q: \forall x \in \mathbb{R}, (x-2023)^{2024} > 0$, 则下列命题中为真命题的是
A. $p \wedge q$ B. $\neg p \wedge q$ C. $\neg(p \vee q)$ D. $p \wedge \neg q$
5. 已知某圆锥的底面半径为 2, 其体积与半径为 1 的球的体积相等, 则该圆锥的母线长为
A. 1 B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. 5
6. 近年来,我国无人机产业发展迅猛,在全球具有领先优势,已经成为“中国制造”一张靓丽的新名片,其中民用无人机市场也异常火爆,销售量逐年上升。现某无人机专卖店统计了 5 月份前 5 天每天无人机的实际销量,结果如下表所示。

日期编号 x	1	2	3	4	5
销量 y /部	9	a	17	b	27

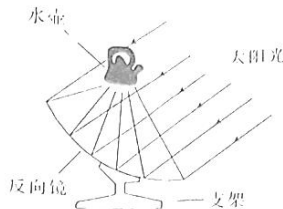
- 经分析知, y 与 x 有较强的线性相关关系,且求得线性回归方程为 $\hat{y} = 4.5x + 3.7$, 则 $a + b$ 的值为
A. 28 B. 30 C. 33 D. 35
7. 若函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 为定义域上的减函数, 则函数 $g(x) = a^{x^2-4x}$ 的单调递增区间为
A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(4, +\infty)$
8. 将函数 $f(x) = 2\cos(2x - \frac{\pi}{4})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x)$ 的图象的一条对称轴为
A. 直线 $x = \frac{\pi}{6}$ B. 直线 $x = \frac{\pi}{3}$ C. 直线 $x = \frac{\pi}{2}$ D. 直线 $x = \frac{3\pi}{4}$

如图,若 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 则 $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD$, 该结论由英国数学家斯库顿发现, 故称之为斯库顿定理, 常用于解决三角形中的一些角平分线问题。若图中 $BD = 4, AD = 5, AB = 6$, 在 $\triangle ABC$ 内任取一点 P , 则点 P 恰好落在 $\triangle ABD$ 内的概率为

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{3}{5}$
C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{4}{5}$



10. 用于加热水和食物的太阳灶应用了抛物线的光学性质：一束平行于抛物线对称轴的光线，经过抛物面（抛物线绕它的对称轴旋转得到的曲面叫抛物面）的反射后，集中于它的焦点。用过抛物线对称轴的平面截抛物面，将所得的抛物线 C 放在平面直角坐标系中，对称轴与 x 轴重合，顶点与原点重合。如图，若抛物线 C 的方程为 $y^2 = 8x$ ，平行于 x 轴的光线从点 $M(12, 2)$ 射出，经过 C 上的点 A 反射后，由 C 上的另一点 B 射出，则 $|AB| =$



- A. 6 B. 8 C. $2\sqrt{29}$ D. 29
11. 已知在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = BB_1 = 2BC$ ，点 P, Q, T 分别在棱 BB_1, CC_1 和 AB 上，且 $B_1P = 3BP, CQ = 3C_1Q, BT = 3AT$ ，则平面 PQT 截长方体所得的截面形状为
- A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形
12. 若关于 x 的不等式 $a(e^{\frac{1}{x}} - \ln x) \geq x(a-1)$ ($a > 0$) 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立，则实数 a 的取值范围为
- A. $(0, 1]$ B. $(0, e]$ C. $[e, +\infty)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 a, b 均为单位向量，且 $a \perp b, |\lambda a - b| = \sqrt{5}$ ，则实数 $\lambda =$ _____。
14. 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数，且当 $x \leq 0$ 时， $f(x) = 2x^3 - a + 2$ ，则 $f(a) =$ _____。
15. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线与直线 $l: 2x + y - 10 = 0$ 垂直，则 C 的离心率为 _____。
16. 已知 $\triangle ABC$ 的角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $b \sin\left(\frac{\pi}{2} - C\right) = (c - 2a) \cos(\pi - B)$ ，则 $\cos B =$ _____，若 $b = 2, ac = \frac{5}{3}$ ，则 $a + c =$ _____。（第一空 2 分，第二空 3 分）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17 ~ 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_2 = 3, S_5 = 4(a_1 + a_3) + 1$ 。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式及 S_n ；

(2) 设 _____，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

在① $b_n = \frac{1}{S_n + a}$ ；② $b_n = \frac{a_{n+1}}{S_n S_{n+1}}$ ；③ $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ 这三个条件中任选一个补充在第(2)问中，并求解。

注：如选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

18. (12分)第19届亚运会将于2023年9月23日在我国杭州举行,这是继北京奥运会后,我国第二次举办这一亚洲最大的体育盛会.为迎接这一体育盛会,浙江省大学学生举办了一次主题为“喜迎杭州亚运,讲好浙江故事”的知识竞赛,并从所有参赛大学生中随机抽取了100人,统计他们的竞赛成绩(满分100分),并将成绩分成4组: $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$ (单位:分),得到如下的频率分布直方图.
- (1)试用样本估计总体的思想,估计这次竞赛中参赛大学生成绩的平均分及中位数;(同一组数据用该组数据的区间中点值作代表).
- (2)现将竞赛成绩不低于90分的学生称为“亚运达人”,成绩低于90分的称为“亚运潜力股”.在这100名参赛大学生的情况统计如下.

	亚运达人	非亚运达人	总计
男	15	30	45
女	5	50	55

判断是否有99.5%的把握认为能否获得“亚运达人”称号与性别有关.

附: $k = \frac{n(a-d)(b+c)}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ (其中 $n = a + b + c + d$).

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (12分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是正方形, 点 E 在棱 PD 上, $AD = AP = 2$, $AE \perp CE$.
- (1)证明: $AE \perp PD$;
- (2)求点 C 到平面 BAE 的距离.

20. (12分)已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点为 $M(0, 1)$, 点 M 到直线 $l: bx + ay = 0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
- (1)求 C 的标准方程;
- (2)直线 $y = kx - 3$ 与 C 相交于 A, B 两点, 若以线段 AB 为直径的圆恰好经过坐标原点 O , 求 k 的值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax$.
- (1) 当 $a = 2$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
 - (2) 设函数 $g(x) = f(x) + x^2$ 的两个极值点分别为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$.
 - (i) 求实数 a 的取值范围;
 - (ii) 求 $g(x_2) - 3g(x_1)$ 的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 【选修 4-4: 极坐标与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 经过点 $P(-1, 0)$, 倾斜角为 150° , 直线 l_2 与 l_1 关于 x 轴对称. 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 8\cos^2 \frac{\theta}{2} - 4$.

- (1) 求 l_2 的一个参数方程和 C 的直角坐标方程;
- (2) 设直线 l_2 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. (10分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |x + 1|$.

- (1) 求不等式 $f(x) - 2f(x - 3) < x$ 的解集;
- (2) 若关于 x 的不等式 $f(x + 3) + f(x - a) \geq 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线